

مدل سازی شکست سد با بستر فرسایش پذیر با استفاده از روش SPH

محمد صادق مقصودی¹، مهدی شفیعی فر^{2*}

1- کارشناس ارشد مهندسی سازه‌های دریایی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
2- استاد دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

* shafiee@modares.ac.ir

چکیده - روش هیدرودینامیک ذرات هموار، یک روش عددی لاگرانژی مبتنی بر مقیاس ذره و مناسب برای مسائل هیدرودینامیک سطح آزاد است. کد عددی SPHysics از جمله کدهایی است که با روش SPH میدان سیال را حل می‌کند. این کد متن باز قادر به حل محیط سیال تک فاز و محدود به سیالات نیوتنی است. در این تحقیق با توسعه کد دو بعدی سریال SPHysics به یک مدل دو فازی غیرنیوتنی با مدل بینگهام، مسأله شکست سد با بستر متحرک ناشی از رسوبات به روش SPH مدل‌سازی شده است. برای توسعه مدل از تعریف یک ترم جدید برای فشار افزوده استفاده شده است. سپس مدل برای مسائل مختلف شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته و نتایج با مدل‌های مشابه و داده‌های آزمایشگاهی مقایسه شده است. در انتها نیز از مدل برای شبیه‌سازی مسأله شکست سد در بستری از رسوبات که به صورت سیال غیرنیوتنی بینگهام مدل شده، مورد استفاده قرار گرفته است و نتایج با مدل MPS و نتایج آزمایشگاهی صحت‌سنجی شده است. نتایج نشان می‌دهند مدل SPH توانایی خوبی در مدل‌سازی مسأله با تلاش اجرایی معقول در مقایسه با روش MPS دارد.

کلیدواژه‌گان: SPH، شکست سد، انتقال رسوب، دوفازی، غیر نیوتنی.

1- مقدمه

همین مسأله نموده‌اند. در مقاله حاضر با تهیه مدلی بر اساس معادلات SPH، مسأله شکست سد بر روی بستر متحرک مورد شبیه‌سازی قرار گرفته و در آخر نتایج با نتایج (Shakibaeinia and Jin (2011) مقایسه شده است. هدف اصلی از مقاله حاضر توسعه مدلی است که بتواند مسأله شکست سد دو فازی را که یک مسأله سطح آزاد دو فازی با یک سیال غیر نیوتنی است، مدل‌سازی نماید. همچنین در این مقاله توانایی‌ها و مشکلات روش SPH در مقایسه با روش MPS در مدل‌سازی مسائل سطح آزاد دو فازی مورد بررسی قرار گرفته است.

هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH) روشی بدون شبکه است و اولین بار توسط Lucy (1977) در اختر فیزیک به منظور مطالعه برخورد کهکشان‌ها مورد استفاده قرار گرفت. بعدها Monaghan (1994) این روش را گسترش

مسأله شکست سد یکی از مسائل استاندارد در بررسی توانایی مدل‌های عددی هیدرودینامیک در شبیه‌سازی پدیده‌ها به شمار می‌رود. شبیه‌سازی جریان شکست سد بر روی بسترهای متحرک به دلیل تغییرات سریع بستر و تبادل جبهه موج آب با رسوبات و پیچیده شدن ساختار جریان همواره با چالش بیشتری نسبت به بسترهای ثابت همراه است. تاکنون تلاش‌های زیادی برای مدل‌سازی این پدیده به‌وسیله روش‌های مختلف عددی انجام شده است؛ تحقیقات (Shi et. al. ، Evangelista et. al. (2013)، Zhang and Duan (2011) از آن جمله هستند. در یکی از این تحقیقات، (Shakibaeinia and Jin (2011) به کمک روش عددی MPS که همانند SPH روشی مبتنی بر ذرات و لاگرانژی است، اقدام به مدل‌سازی

2008; Hosseini et al., 2007; Shakibaenia and Jin, 2011). این پژوهش‌ها توانایی SPH در مدل‌سازی‌های چندفازی را نشان داده‌اند.

از دیگر زمینه‌های مورد علاقه متخصصان، نحوه برخورد با لزجت در مسائل با آشفتگی بالا است. یکی از بررسی‌ها در این زمینه توسط Lopez et. al. (2010) صورت گرفته است. آنها در بررسی پرش هیدرولیکی، روش‌های مختلف از جمله لزجت مصنوعی موناگان (Monaghan, 2005) و مدل $k-\epsilon$ را مقایسه کرده و خود نیز روش دیگری پیشنهاد نموده‌اند که در آن لزجت وابسته به آشفتگی در نظر گرفته می‌شود. مروری بر مهمترین پیشرفت‌ها در SPH توسط Gomez-Gesteria et al., و Liu and Liu, (2010) و انجام گرفته است. (2012)

در تحقیق حاضر با استفاده از پیشرفت‌های اخیر در روش هیدرودینامیک ذرات هموار، سعی شده مدل مناسبی برای حل مسائل دوفازی و سیال غیر نیوتنی ارائه گردد. کدهای عددی متفاوتی برای حل محیط سیال به روش SPH ارائه شده است، از جمله این کدها SPHysics است که توسط محققانی از چند دانشگاه معتبر نوشته شده است (Gomez-Gesteira et al. 2012). این کد که بصورت متن باز در دسترس سایر محققان نیز قرار گرفته است، قادر به شبیه‌سازی مسائل سطح آزاد در سیالات نیوتنی است. به منظور نیل به هدف این تحقیق کد عددی مذکور به مدلی دو فازی توسعه داده شد که امکان حل میدان سیالات غیرنیوتنی را نیز دارد. در این مقاله از مدل توسعه داده شده از کد دوبعدی SPHysics برای شبیه‌سازی دو بعدی امواج ناشی از شکست سد بر روی بستر متحرک استفاده شده است. برای توسعه مدل به صورت دوفازی، هر دو فاز سیال و رسوب به وسیله ذرات SPH مدل‌سازی شده است. همچنین در فرآیند توسعه مدل، برای فاز رسوب، مدل لزجت غیر نیوتنی بینگهام¹ اعمال گردیده است. از آنجایی که مطابق فرمول‌بندی کلاسیک SPH تراکم‌پذیر تک فازی، برای محاسبه ترم فشار از معادله حالت استفاده می‌شود، در این تحقیق همچنین تصحیحی برای استفاده از معادله حالت در فرمول‌بندی دو فازی معرفی شده است.

داد و از آن در حل مسائل سطح آزاد بهره برد. فرمول‌بندی SPH از درون‌یابی بین مجموعه‌ای از نقاط نامنظم معروف به ذرات به دست آمده است. این درون‌یابی بر اساس درون‌یابی انتگرالی است که با استفاده از یک تابع کرنل، که رفتاری شبیه تابع دلتای دیراک دارد، تقریب زده می‌شود. در این روش هر ذره حامل جرم، سرعت و تمام خواص سیال است. در سال‌های اخیر تحقیقات بسیاری در زمینه دقت، کارایی، پایداری و همگرایی روش SPH صورت پذیرفته و نیز اصلاحاتی در جهت بهبود قابلیت‌های آن ارائه شده است. به علاوه در بسیاری از زمینه‌ها SPH کاربردهای خود را پیدا کرده است. علاوه بر کاربرد و پیشرفت در زمینه اولیه آن یعنی اجرام فضایی، امروزه طیف وسیعی از مسائل مکانیک سیالات و جامدات با این رویکرد مورد بررسی قرار می‌گیرند. تا به امروز این روش در مسائل تک فازی قابلیت خود را به اثبات رسانده است.

در سال‌های اخیر هم‌زمان با اقبال عمومی نسبت به روش‌های مختلف بدون شبکه از جمله SPH، پیشرفت‌های بسیاری در آن حاصل شده است که توانسته با بهبود نتایج حاصل از آن، افق‌های گسترده‌تری پیش روی آن بگشاید. در این میان بهبودهایی برای افزایش دقت و تکمیل روش کلاسیک SPH پیشنهاد شده است تا قابلیت این روش را در مسائل خاص مد نظر محققان افزایش دهد. یکی از پیشرفت‌های مهم در SPH استفاده از حل مسأله ریمان است. اولین بار Rogers et al. (2010) برای مدل‌سازی موج شکن‌های کیسونی، فرمولاسیون معمول SPH را با جایگزینی برای حل مسأله ریمان بین ذرات جایگزین کردند. این روش بارها از سوی دیگر محققان نیز تکرار شد و اکنون به یکی از انواع SPH تبدیل شده است. (Omidvar et al. 2012) با استفاده از همین فرمولاسیون اقدام به تهیه مدلی با جرم ذرات متغیر در SPH نمودند. به وسیله مدل آنها، مشابه فلسفه شبکه‌بندی با اندازه متغیر در روش‌های شبکه‌محور، امکان بالا بردن دقت محاسبات در محل‌های مورد نظر در دامنه محاسبات فراهم شده است.

در سال‌های اخیر، همچنین تمایل به استفاده از مدل‌های چند فازی در SPH برای شبیه‌سازی سیالات مختلف در یک محیط رو به افزایش بوده است (Valizadeh et al.,)

1. Bingham

2- مواد و روش‌ها

1-2- معادلات حاکم در روش هیدرودینامیک ذرات هموار

روش SPH بر مبنای یک روش درون‌یابی عمل می‌کند، بدین ترتیب که مقدار تابع در یک نقطه بر اساس مقادیر آن در یک شعاع همسایگی مشخص تعریف می‌گردد (Monaghan, 2005). نقاط مختلف در همسایگی نقطه، ذره نامیده می‌شود و مقدار تابع در هر نقطه به صورت رابطه (1) تعریف می‌شود (Monaghan, 2005).

$$A(r) = \int_{\Omega} A(r')W(r-r',h) dr' \quad (1)$$

که در آن $A(r)$ مقدار تابع در نقطه دلخواه r' و در شعاع همسایگی h است و W تابع کرنل است که دارای سه ویژگی مهم زیر است (Monaghan, 2005):

$$W(r-r',h) \geq 0, \quad r_{ab} \leq h \quad (2)$$

$$\int_{\Omega} W(r-r',h) dr' = 1 \quad (3)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(r-r',h) dr' = \delta(r-r') \quad (4)$$

در معادله (4)، δ تابع دلتای دیراک است. در روش‌های عددی، درون‌یاب انتگرالی معمولاً با یک مجموع درون‌یاب با استفاده از تقریب یک تابع هموار ساز (کرنل) تقریب زده می‌شود. در روش SPH محیط با تعداد محدودی ذره تقریب زده می‌شود. بنابراین با جایگزین کردن انتگرال با سری و در نظر گرفتن ρdV به عنوان جرم (m) ، رابطه (1) بصورت زیر گسسته شده و حول ذره a نوشته می‌شود، (این تابع، تابع تقریب ذره است) (Gomez-Gesteria et al., 2012):

$$A(r) = \int \frac{A(r')}{\rho(r')} W(r-r',h) \rho(r') dr \quad (5)$$

معادله (5) روی تمام ذراتی که داخل دامنه‌ی تأثیر ذره قرار دارند، اعمال می‌شود و یک سری از معادلات غیر کوپله را تشکیل می‌دهد. در رابطه فوق m_b و ρ_b به ترتیب جرم و جرم مخصوص ذره b می‌باشند. همچنین $W_{ab} = W(r_a - r_b, h)$ نماینده تابع کرنل می‌باشد. در نهایت با تقریب تبدیل انتگرال به سری، رابطه (5) به شکل زیر تبدیل می‌شود (Gomez-Gesteria et al., 2012):

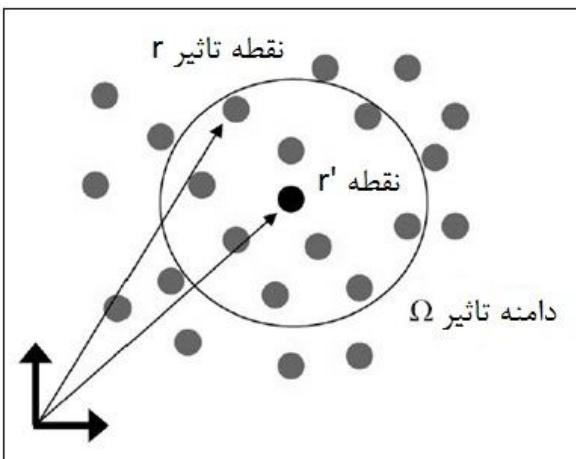
$$A(r) = \int \frac{A(r')}{\rho(r')} W(r-r',h) \rho(r') dr' \approx \sum_b m_b \frac{A_b}{\rho_b} W_{ab} \quad (6)$$

در رابطه (6) عمل جمع بر روی تمامی ذرات واقع در شعاع همسایگی $2h$ از موقعیت مکانی \bar{r} تعریف شده است (شکل 1).

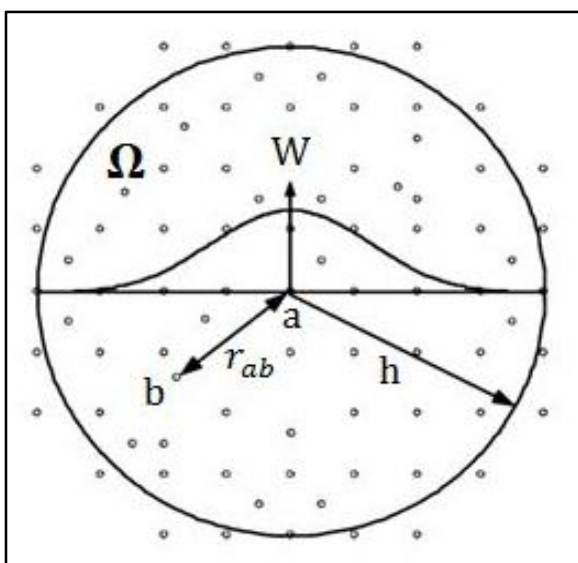
از قابلیت‌های این روش بدست آوردن گرادیان تابع تنها با مشتق‌گیری از تابع کرنل است که به شکل رابطه (7) نمایش داده می‌شود (Gomez-Gesteria et al., 2012).

$$\nabla A(r) = \sum_b m_b \frac{A_b}{\rho_b} \nabla W_{ab} \quad (7)$$

تاکنون تابع‌های کرنل‌های مختلفی در ادبیات SPH پیشنهاد شده و مورد استفاده قرار گرفته است، اما به طور کلی شکل اصلی تمام توابع به صورت شکل 2 است.



شکل 1 طرح کلی از دامنه تأثیر



شکل 2 نمایش تابع کرنل و عملکرد آن

به مدل افزوده شود. لذا با تصحیح معادله حالت به صورت رابطه (12) امکان محاسبه فشار سیال در فاز رسوب فراهم گردید.

$$P_a = B \left[\left(\frac{\rho_a}{\rho_s} \right)^\gamma - 1 \right] + BackPressure \quad (12)$$

ترم دوم در معادله (12) ترم فشار افزوده است. به لحاظ نظری، صحت مدل‌سازی در مدل عددی CSPH به صحت محاسبه فشار بستگی مستقیم دارد. با پیشنهاد این تصحیح برای تخمین فشار محاسبه فشار سیال سربار روی رسوب، تا زمانی که رسوبات به صورت پیوسته روی بستر باقی بمانند، به‌وسیله ترم فشار افزوده تصحیح می‌گردد. این فشار افزوده خود لازم است به‌وسیله روش‌های دیگری به کمک فیزیک مسأله محاسبه شود. مدل‌سازی‌های انجام شده نشان داد این روش می‌تواند تخمین خوبی از توزیع فشار را در مسأله حاضر ارائه دهد. در ادامه در معادله (22) نحوه محاسبه ترم فشار افزوده بیشتر توضیح داده خواهد شد.

اگرچه مدل با تصحیحات فوق به خوبی توانایی مدل‌سازی ذرات فاز دیگری تا حداکثر 1/5 برابر چگالی فاز سیال را در خود داشت، اما برای مدل‌سازی رسوبات با اختلاف چگالی حدود 2/5 برابر سیال دچار مشکلات عددی می‌گردید. علت ناپایداری عددی مدل آن است که در SPH استاندارد، فشار از طریق تفاوت کم میان چگالی ذرات محاسبه می‌شود. اختلاف چگالی زیاد باعث می‌شود در مرز دو فاز فشار به صورت عددی دچار نوسان بسیار زیاد شود. برای حل این مشکل و اصلاح محاسبه میدان فشار از تصحیح مرتبه اول حداقل مجذورات متحرک² بهره‌گیری شد. این روش قبلاً توسط Colagrossi and Landrini (2003) آزموده شده است. اعمال این روش یک تصحیح مرتبه اول برای محاسبه مجدد تغییرات میدان چگالی است.

$$\bar{\rho}_a = \sum_b \rho_b W_{ab}^{MLS} \frac{m_b}{\rho_b} = \sum_b m_b W_{ab}^{MLS} \quad (13)$$

تصحیح کرنل نیز به صورت رابطه (14) انجام می‌پذیرد:

$$W_{ab}^{MLS} = W_b^{MLS}(r_a) = \beta(r_a) \cdot (r_a - r_b) W_{ab} \quad (14)$$

فرمول‌بندی‌های مختلف مرسوم SPH مورد استفاده در ادبیات فنی در (Gomez-Gesteria et al. (2012 آمده است.

معادلات حاکم برای مدل‌سازی سیالات در روش SPH همان معادلات بنیادی دینامیک سیالات شامل سه معادله اصلی بقای فیزیکی بقای جرم، بقای اندازه حرکت و بقای انرژی هستند. با توجه به فیزیک مسأله مورد بررسی در مسایل هیدرودینامیک، معمولاً آب بصورت سیال غیر قابل تراکم در نظر گرفته می‌شود. رویکرد دیگر در نظر گرفتن سیال به عنوان سیال تقریباً تراکم‌پذیر است. در این رویکرد دیگر نیازی به محاسبه فشار از رابطه پواسون نمی‌باشد و بجای آن از معادله حالت برای بدست آوردن فشار استفاده می‌شود. در این تحقیق از این رویکرد استفاده شده است. معادلات ناویر-استوکس در قالب لاگرانژی بصورت رابطه (8) نوشته می‌شوند (Gomez-Gesteira et al. 2012):

$$\begin{cases} \frac{D\rho}{Dt} + \rho \operatorname{div}(u) = 0.0 \\ \frac{Du}{Dt} = g + \frac{\nabla \cdot \mathbb{T}}{\rho} \\ P = P(\rho, e) \end{cases} \quad (8)$$

در معادله (8)، g نیروهای حجمی خارجی، u سرعت، ρ دانسیته سیال، \mathbb{T} تانسور تنش سیال نیوتنی و P بیانگر فشار است. فرم گسسته این معادلات در SPH بصورت زیر می‌باشد:

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \sum_b m_b \bar{\nabla}_{ab} \bar{\nabla}_a W_{ab} \quad (9)$$

$$\frac{d\bar{\nabla}_a}{dt} = - \sum_b m_b \left(\frac{P_b}{\rho_b^2} + \frac{P_a}{\rho_a^2} + \Pi_{ab} \right) \bar{\nabla}_a W_{ab} + \bar{g} \quad (10)$$

$$P = B \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (11)$$

در معادلات فوق \bar{g} شتاب گرانشی زمین است و Π_{ab} نشان دهنده ترم لزجت می‌باشد.

2-2- توسعه مدل

با توجه به عدم توانایی SPHysics در مدل‌سازی ذرات با چند چگالی در یک مدل، لازم بود در قدم اول این قابلیت

شده برای هر سیال و $|D|$ ناوردای اصلی دوم⁴ تانسور نرخ کرنش برشی است.

$$|D| = \sqrt{\sum_{i,j} D_{ij} D_{ij}} \quad (20)$$

برای پرهیز از خطاهای عددی ناشی از عدم پیوستگی و همچنین افزایش سهولت اعمال مدل، طبق پیشنهاد Hosseini et al. (2007) از فرمول‌بندی زیر برای اعمال مدل بینگهام استفاده شد که در آن با استفاده از متغیرهای میدان سرعت و حاصل ناوردای اصلی دوم تانسور نرخ کرنش برشی، تانسور تنش برشی محاسبه می‌گردد.

$$|D| \leq \frac{\tau_Y}{2\alpha\mu} \rightarrow \tau = 2\alpha\mu D$$

$$|D| > \frac{\tau_Y}{2\alpha\mu} \rightarrow \tau = \left(\frac{\tau_Y}{|D|} + 2\mu\right) D \quad (21)$$

در معادلات فوق با ضرب α عملاً شرط $D = 0$ در مدل برآورده می‌گردد و همزمان از عدم پیوستگی جلوگیری می‌شود.

3- آزمایش عددی شکست سد

کلاسیک‌ترین آزمایش عددی سنجش دقت مدل SPH برای بررسی سیالات نیوتنی و غیر نیوتنی، آزمایش شکست سد⁵ است. برای صحت‌سنجی از نتایج Komatina and Jovanovic (1997) and Capone (2010) که در رساله استفاده شد.

Komatina and Jovanovic (1997) مخلوط‌های مختلفی را از آب و کائولینیت در هندسه‌های مختلفی از شکست سد در نظر گرفتند. در شبیه‌سازی این تحقیق مطابق یکی از آزمایش‌های انجام گرفته آنها فرض شد مخلوط آب- کائولینیت با غلظت 27/4% با چگالی 1452 Kg/m^3 در دست است. در این راستا در تحقیق حاضر مدلی با هندسه اولیه مطابق شکل 3 تهیه شد. برای مدل‌سازی عددی این مخلوط میزان $\mu = 0.07 \text{ Pa.s}$ و $\tau_Y = 25 \text{ N/m}^2$ در نظر گرفته شد.

شکل 4 محل ذرات را در زمان‌های مختلف حاصل از مدل‌سازی SPH نشان می‌دهد. در این شکل‌ها VI

که در حالت دوبعدی رابطه (15) به دست می‌آید:

$$W_{ab}^{MLS} = [\beta_0(r_a) + \beta_{1x}(r_a) \cdot (x_a - x_b) + \beta_{1z}(r_a) \cdot (z_a - z_b)] W_{ab} \quad (15)$$

و بردار تصحیح β به صورت رابطه (16) تعریف می‌شود.

$$\beta(r_a) = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_{1x} \\ \beta_{1z} \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \sum_b W_b(r_a) \tilde{A} \frac{m_b}{\rho_b} \quad (16)$$

در نهایت ماتریس \tilde{A} به صورت رابطه (17) تعریف می‌شود:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 1 \\ (x_a - x_b) \\ (z_a - z_b) \end{bmatrix} \quad (z_a)$$

طبق پیشنهاد Colagrossi (2005) این فیلتر در حدود هر 30 گام زمانی اعمال می‌شود. پس از تصحیح فوق امکان مدل‌سازی ذرات با اختلاف چگالی حدود 2/5 برابر در مدل فراهم آمد.

2-3- مدل‌سازی سیال غیرنیوتنی

با توجه به موفقیت بیشتر مدل‌های غیر نیوتنی سیالات در مدل‌سازی رسوبات ساحلی و رودخانه‌ای، در این تحقیق سعی شد از این مدل‌ها در شبیه‌سازی پدیده شکست سد و حرکت رسوبات بستر استفاده شود. همانند شیوه اتخاذ شده توسط Capone (2010) و Hosseini et al. (2007) در این تحقیق نیز از مدل بینگهام (Bingham) برای مدل‌سازی رسوبات بستر به وسیله سیال غیرنیوتنی استفاده شد.

مدل بینگهام رابطه‌ای خطی برای لزجت سیال ارائه می‌کند. در صورتی که تانسور نرخ کرنش برشی³ سیال به شکل رابطه (18) باشد:

$$D = \frac{1}{2} (\nabla v + \nabla v^T) \quad (18)$$

در این صورت مطابق مدل بینگهام رابطه (19) به دست می‌آید:

$$|\tau| \leq \tau_Y \rightarrow D = 0$$

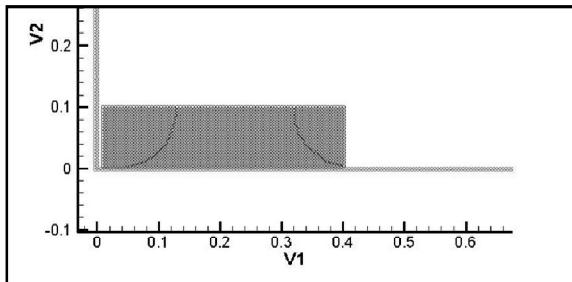
$$|\tau| > \tau_Y \rightarrow \tau = \left(\frac{\tau_Y}{|D|} + 2\mu\right) D \quad (19)$$

که در آن τ تانسور تنش برشی، τ_Y تنش بحرانی تعریف

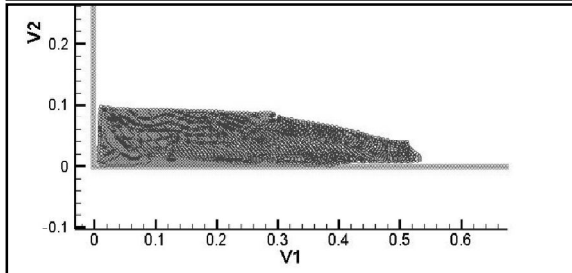
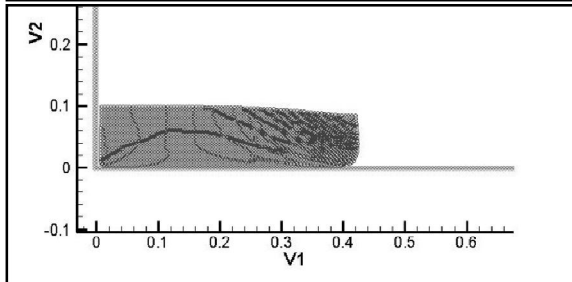
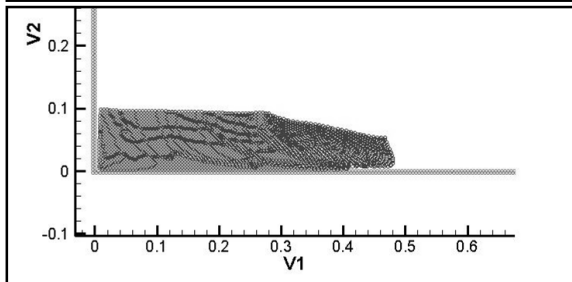
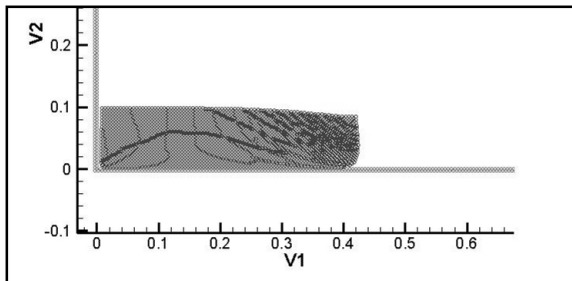
4. Second principal invariant
5. Dam Break

3. Shear strain rate tensor

مجذورات متحرک (MLS) استفاده شود.



شکل 3 هندسه اولیه آزمایش شکست سد سیال غیرنیوتنی در مدل سازی



شکل 4 شبیه سازی آزمایش شکست سد سیال غیرنیوتنی به وسیله مدل SPH در زمان های مختلف

نمایانگر x و $V2$ نمایانگر y هستند.

Capone (2010) پیشنهاد نمود برای مقایسه نتایج مدل عددی با آزمایش از اعداد بی بعد برای زمان (t) و پیش-روی جبهه موج (x) استفاده شود. در نمودار شکل 5 نتایج با استفاده از تعریف اعداد بی بعد برای زمان و مکان به روشی که توسط Capone (2010) انجام گرفته است، مقایسه گردیده است. در نمودار، H بیانگر ارتفاع ستون سیال در ابتدای مدل سازی می باشد.

نمودار نشان می دهد در ابتدای مدل سازی بین نتایج مدل سازی و داده های آزمایشگاهی همبستگی مناسبی وجود دارد؛ لیکن با افزایش زمان، دقت نتایج کاهش می یابد. یکی از دلایل این کاهش دقت می تواند عدم محاسبه صحیح چسبندگی بین دیواره و سیال باشد. در مدل حاضر تمهیدات خاصی برای محاسبه تنش برشی در دیواره اندیشیده نشده و به نظر می رسد هم زمان با افزایش سطح تماس سیال با دیواره دقت نتایج کاهش می یابد.

4- توسعه مدل دو فازی

در مرحله بعد مدل SPHysics به مدلی دو فازی توسعه داده شد تا امکان استفاده از سیال غیرنیوتنی در کنار آب در یک شبیه سازی فراهم شود. برای ایجاد مدل دو فازی روشی در اینجا استفاده شده که قبلاً توسط محققان مختلفی همچون Colagrossi and Landrini (2003) مورد استفاده قرار گرفته است. در این روش تنها از یک فورمولاسیون یکتا برای هر دو فاز استفاده می شود. چگالی ذرات در این روش اصلی ترین تعیین کننده فاز هر یک از ذرات است. در این روش لازم است معادله حالت به صورت رابطه (22) اصلاح شود:

$$p(\rho) = P_0 \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] + \chi - C\rho^2 \quad (22)$$

که در آن χ اضافه فشار سربار ناشی از فاز دیگر بر روی هر یک از فازهای سیال و جمله $C\rho^2$ بیانگر چسبندگی است. معمولاً لازم است برای حصول نتایج دقیق تر ترم کشش سطحی نیز به معادله مومنتم اضافه شود که در مدل حاضر از آن صرف نظر شده است. همچنین برای جلوگیری از نوسان چگالی ذرات، که در مدل های چند فازی در SPH بسیار شایع است، لازم است از تصحیح حداقل

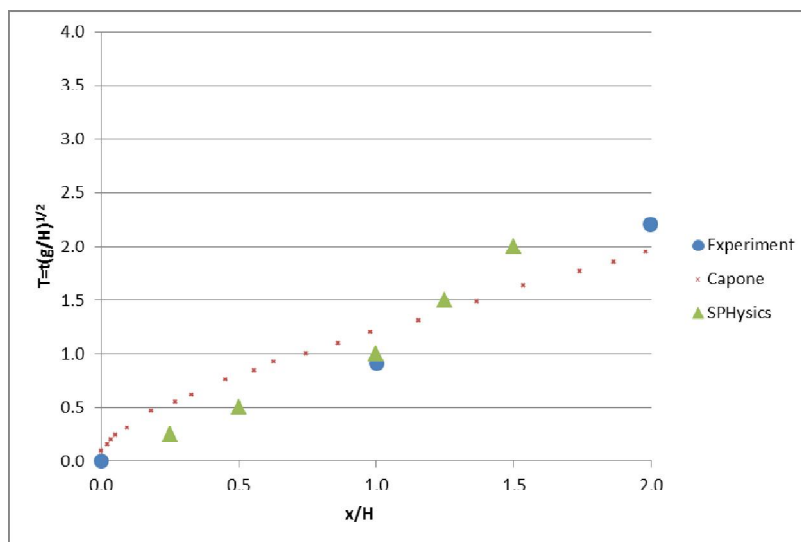
سد دو سیال با دیواره میانی در این تحقیق طراحی و مورد استفاده قرار گرفت. به این منظور مدلی با هندسه نمایش داده شده در شکل 7 تهیه گردید که در آن یک دیواره میانی دو سیال دو طرف خود را از یکدیگر مستقل می-نماید. در طرف چپ سیال نیوتنی با مشخصات آب و در طرف راست سیال غیر نیوتنی با مشخصاتی مطابق با مشخصات آزمایش قبلی تهیه گردید. هدف بررسی آن بود که آیا در این مدل نیز رفتار هر دو سیال دقیقاً مطابق با مدلی که هر یک از سیالات به تنهایی شبیه‌سازی شده اند هست یا خیر؟ مدل با 5500 ذره SPH برای زمان شبیه سازی 1/2 ثانیه اجرا گردید.

در این رابطه، χ برای ذرات فاز رسوب با محاسبه عمق ذره به صورت فشار هیدرواستاتیک محاسبه می‌گردد. در شکل 6، اضافه فشار سربار ناشی از وجود رسوبات، به صورت $\chi = \gamma'_{sed} \cdot d'$ محاسبه می‌شود که در آن γ'_{sed} وزن واحد حجم غوطه‌ور رسوبات است.

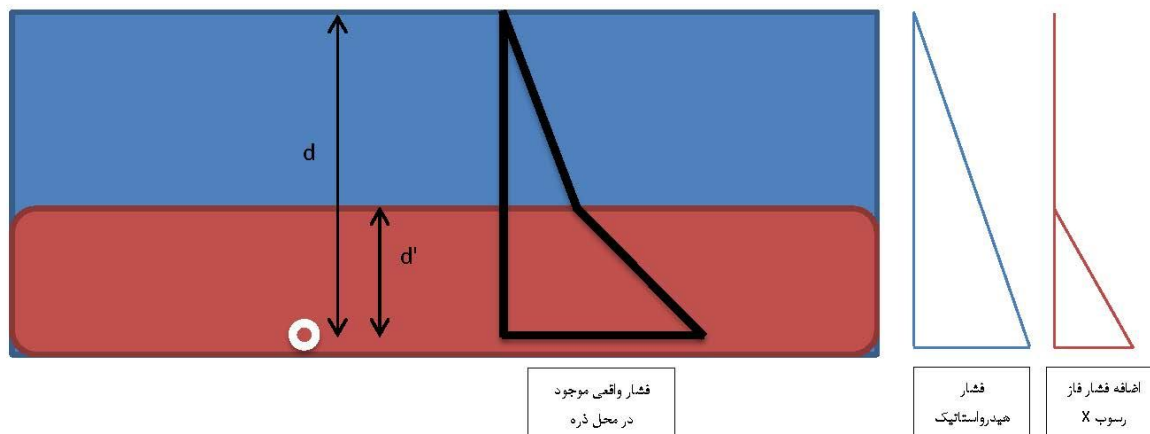
5- آزمایش شکست سد دو سیال با دیواره

میانی

قبل از مدل‌سازی شارش تبدیلی دو سیال با یکدیگر، نیاز است که از مدل شدن صحیح هر یک از سیالات به تنهایی اطمینان حاصل شود. به همین منظور آزمایش شکست



شکل 5 مقایسه نتایج تحقیق حاضر با نتایج Capone (2010) و نتایج آزمایشگاهی



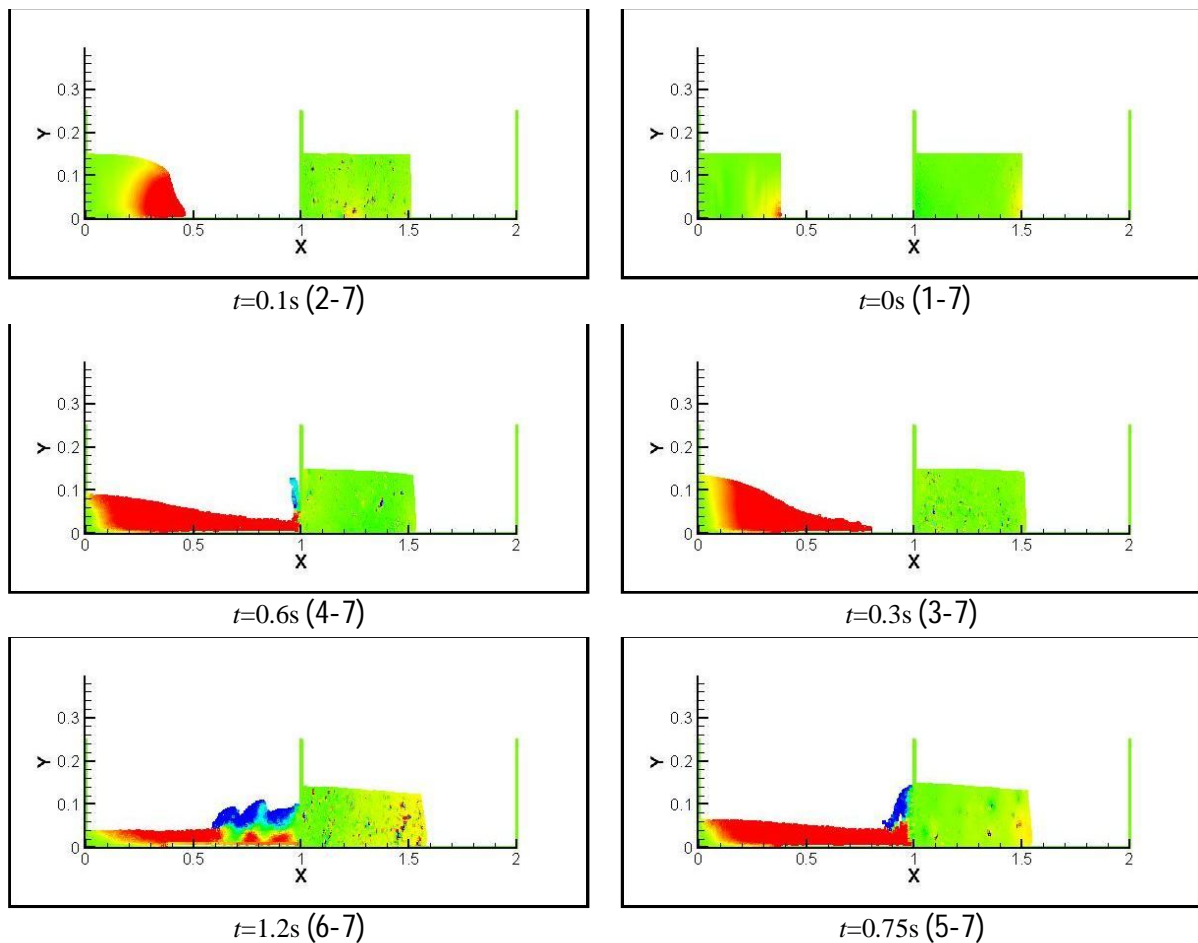
شکل 6 نحوه محاسبه اضافه فشار سربار χ

6- آزمایش عددی شکست سد با بستر متحرک

پس از حصول اطمینان در مورد صحت شبیه‌سازی‌های انجام گرفته در مراحل قبل، در این مرحله شبیه‌سازی شکست سد با بستر متحرک منطبق با آنچه توسط Shakibaenia and Jin (2011) با استفاده از روش MPS انجام پذیرفته بود، اجرا گردید. مسأله حاضر مشتمل بر تداخل دو جبهه موج دو سیال با رئولوژی متفاوت، یکی نیوتنی و دیگری غیر نیوتنی است. بررسی نحوه شبیه‌سازی تداخل میان دو سیال در مدل از آن رو اهمیت دارد که تداخل دو سیال، در صورت وقوع باعث خواهد شد در طول مدت شبیه‌سازی در مدل SPH ذرات با معادلات متفاوت در همسایگی یکدیگر قرار گیرند. در این صورت نرخ کرنش برشی در مرز دو سیال باید به گونه‌ای تعیین شود که تنش برشی دو سیال که از معادلات مختلف حاصل می‌شود با یکدیگر برابر باشد.

در شکل 7 هندسه اولیه مدل، در کنار نتایج، به نمایش گذاشته شده است. رنگ ذرات بیانگر سرعت افقی ذرات می‌باشد و رنگ قرمز بیشینه سرعت مثبت و رنگ آبی بیشینه سرعت منفی است. برای نمایش بهتر، محور Y با بزرگنمایی دو برابر محور X ترسیم شده است. نتایج نشان داد هر سیال همانند وقتی که به صورت مستقل مدل شده باشد، کاملاً مستقل عمل می‌کند. این بدین معنی است که مدل توانایی این را دارد که به خوبی دامنه همسایگی فازهای مختلف را از یکدیگر تمیز دهد.

نتایج این آزمایش که در شکل 7 نمایش داده شده‌اند نشان می‌دهد مدل توسعه داده شده دوفازی به خوبی توانایی مدل‌سازی هریک از سیالات را به تنهایی دارد. در مرحله بعد توانایی مدل در تداخل دو سیال و اختلاط از طریق آزمایش شکست سد با بستر متحرک سنجیده می‌شود و نتایج این شبیه‌سازی مختصراً ارائه می‌شود.

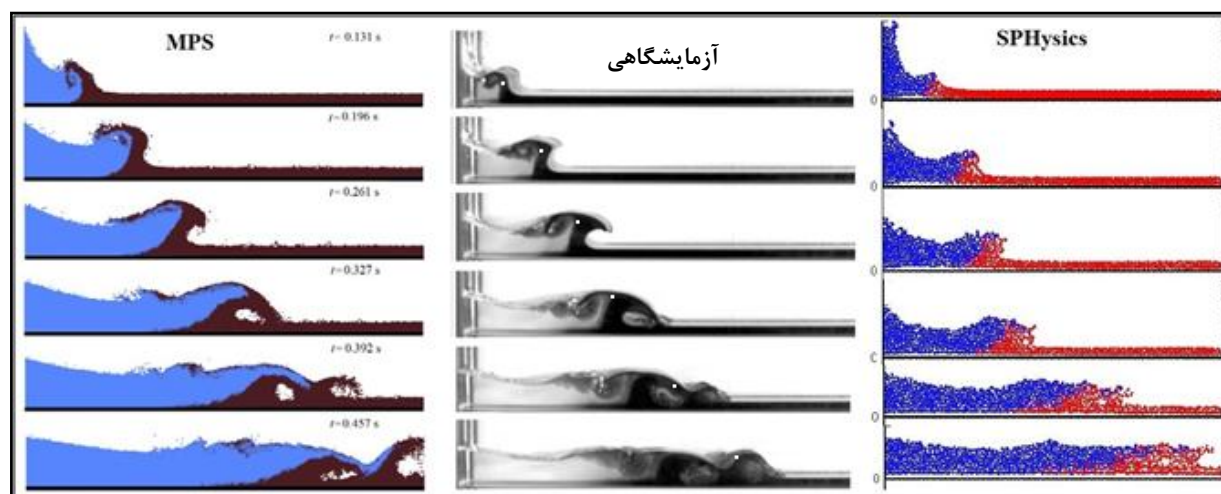


شکل 7 آزمایش شکست سد دو سیال با دیواره میانی

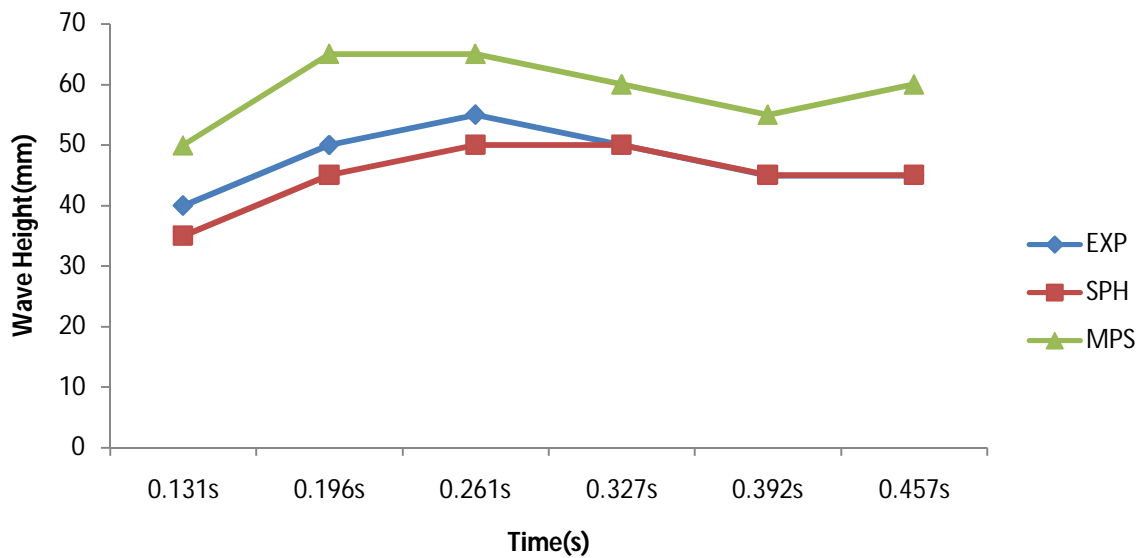
برای مقایسه دقیق تر دقت هر یک از روش‌ها و میزان خطای شبیه‌سازی در مدل SPHysics، با توجه به اطلاعات در دسترس در مقاله Shakibaeinia and Jin (2011)، از دو شاخص حداکثر ارتفاع موج و مختصات جبهه موج آب استفاده می‌شود. در شکل 9 بیشترین ارتفاع موج (ارتفاع بلندترین ذره آب یا رسوب) در لحظات شش‌گانه مدل‌سازی با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

چنانچه در نمودار شکل 9 و همچنین شکل 8 قابل مشاهده است، مدل SPH در مدل‌سازی صحیح ارتفاع امواج بوجود آمده دقت مناسبی به دست می‌دهد. در مقابل به نظر می‌رسد روش MPS ارتفاع موج بزرگنمایی شده‌ای را نمایش می‌دهد. همچنین افزایش دقت در شبیه‌سازی ارتفاع موج، همزمان با پیش‌روی گام‌های زمانی در روش SPH جالب توجه است. به عنوان شاخص دوم برای نمایش میزان دقت شبیه‌سازی‌ها، از مختصات (X, Y) جبهه موج آب در هر لحظه از شبیه‌سازی استفاده می‌شود. به این منظور در هر لحظه با شناسایی پیش آمده‌ترین نقطه سیال آب، مختصات آن نقطه در نمودار ثبت می‌شود. شکل 10 نتایج دو شبیه‌سازی به همراه نتایج مدل آزمایشگاهی را نمایش می‌دهد. شکل 10 از نتایج مدل‌سازی مطابق شکل 8 استخراج شده است. در شکل 10 هرچه نقاط شبیه‌سازی به نقاط متناظر در مدل آزمایشگاهی نزدیکتر باشند، نشان‌دهنده دقت بیشتر شبیه‌سازی است.

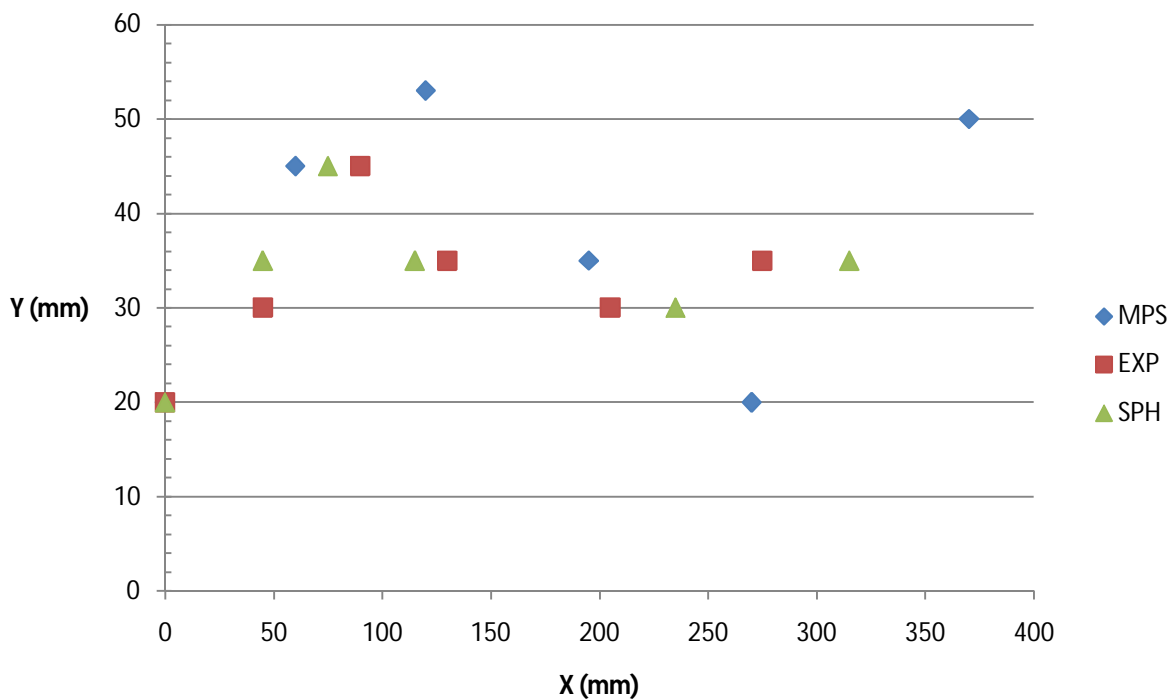
این شرط تولید معادلاتی می‌نماید که روند حل متداول SPH قادر به حل آن معادلات نبوده و لازم است مدل از هوشمندی لازم برای این محاسبات برخوردار باشد. در این شبیه‌سازی، شارش تبادلی بین دو سیال به‌وسیله روش SPH مورد شبیه‌سازی قرار گرفت. در این شبیه‌سازی که امکان صحت‌سنجی آن با داده‌های آزمایشگاهی Janosi et al. (2004) فراهم شده، یک مخزن آب به وسیله یک دریچه از پایین‌دست خود جدا شده است. بستر پایین‌دست با مخلوط با غلظت مشخص PEO (پلی اتیلن اکساید) به ارتفاع 0/015 متر پوشانده شده است. فرض می‌شود لزجت مخلوط $0.935 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ بوده و چگالی بسیار نزدیک به آب دارد. دریچه در هنگام باز شدن با سرعت 1/5 متر بر ثانیه به سمت بالا حرکت خواهد کرد. برای این شبیه‌سازی از 7000 ذره استفاده شده است و برای شبیه‌سازی 1 ثانیه در شرایط واقعی، مدت اجرای برنامه یک ساعت به طول انجامیده است. در شکل 8 مقایسه پروفیل سطح آب در لحظات مختلف شبیه‌سازی بین روش‌های SPH و MPS ارائه گردیده است. با در نظر داشتن استفاده از رزولوشن یک دهم کمتر در مدل SPH نسبت به MPS، نتایج هنوز دقت خوبی را نشان می‌دهند. شکل کلی جبهه موج، شکست موج آب، اختلاط دو سیال و ایجاد موج در رسوب، هوای محبوس شده در زیر جبهه موج و شکست شیرجه ای موج از پدیده‌هایی هستند که مدل SPHysics اصلاح شده توانسته به خوبی آنها را نمایش دهد.



شکل 8 مقایسه نتایج آزمایش شکست سد با بستر متحرک در SPHysics با نتایج آزمایشگاهی (Janosi et al. (2004) و Shakibaeinia and Jin (2011) MPS



شکل 9 مقایسه نتایج آزمایش و مدل‌سازی‌ها (ارتفاع موج)



شکل 10 مقایسه نتایج آزمایش و مدل‌سازی‌ها (مختصات جبهه موج)

آزمایشگاهی (در مقایسه با MPS) نشان‌دهنده کیفیت مناسب مدل‌سازی با استفاده از مدل SPHysics است.

7- نتیجه‌گیری

در این تحقیق با استفاده از مدل بینگهام، یک مدل بر پایه SPH برای شبیه‌سازی مسائل دوفازی با سیال غیر نیوتنی

نقاط با رنگ روشن در تصویر فلوام آزمایشگاهی در شکل 8، نقاط در نظر گرفته شده برای جبهه موج را نشان می‌دهند. از آنجا که تفکیک آب و رسوب به سادگی میسر نیست، بخشی از کاهش دقت در گام‌های زمانی انتهایی در شکل 10 ناشی از تخمین جبهه موج می‌باشد. در شکل 10، نزدیکی نقاط مربوط به SPH به نقاط مربوط به مدل

Colagrossi A. and Landrini M. (2003). "Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics", *Journal of Computational Physics* 191: 448-475.

Crespo A. J. C. (2008). "Application of the smoothed particle hydrodynamics model SPHysics to free-surface hydrodynamics", Ph.D. Thesis, University of Vigo.

Evangelista S. and Altinakar M. S. (2013). "Simulation of dam-break waves on movable beds using a multi-stage centered scheme", *International Journal of Sediment Research* 28(3): 269-284.

Gomez-Gesteira M., Crespo A. J. C., Rogers B. D., Dalrymple R. A., Dominguez J. M. and Barreiro A. (2012). "SPHysics-development of a free-surface fluid solver-Part 2: Efficiency and test cases, *Computers & Geosciences* 48(0): 300-307.

Gomez-Gesteira M., Rogers B., Crespo A., Dalrymple R., Narayanaswamy M. and Dominguez J. (2012). "SPHysics-development of a free-surface fluid solver-Part 1: Theory and Formulations.", *Computers & Geosciences*, Vol. 48. pp 289-299.

Hosseini S. M., Manzari M. T. and Hannani S. K. (2007). "A fully explicit three-step SPH algorithm for simulation of non-Newtonian fluid flow", *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow* 17(7): 715-735.

Jánosi I. M., Jan D., Szabó K. G. and Tél T. (2004). "Turbulent drag reduction in dam-break flows", *Experiments in Fluids* 37(2): 219-229.

Komatina D., and Jovanovic M. (1997). "Experimental study of steady and unsteady free surface flows with water-clay mixtures", *Journal of Hydraulic Research* 35(5): 579-590.

Liu M. and Liu G. (2010), "Smoothed particle hydrodynamics (SPH): An overview and recent developments", *Archives of Computational Methods in Engineering*, 17, 25-76.

López D., Marivela R. and Garrote L. (2010), "Smoothed particle hydrodynamics model applied to hydraulic structures: a hydraulic jump test case", *Journal of Hydraulic Research*, 48, 142-158.

Lucy L. B. (1977). "A numerical approach to the testing of the fission hypothesis", *The Astronomical Journal* 82: 1013-1024.

Maghsoudi M. S., Aghababazadeh H. and Shafieefar M. (2012). "Numerical modeling of material dumping during break water construction using SPH", *International Conference on Ports and Marine Structures (ICOPMAS)*, Tehran, Iran.

توسعه داده شده است. تصحیحات اعمال شده برای توسعه مدل منجر به پایداری بیشتر مدل دوفازی شده است. نتایج حاصل از کاربرد مدل توسعه داده شده برای شبیه سازی مسئله شکست سد با بستر قابل حمل نشانگر تطابق قابل قبول با نتایج آزمایشگاهی است. در ضمن مقایسه نتایج مدل توسعه داده شده با مدل دیگری بر پایه MPS نشان می دهد مدل حاضر سرعت و دقت مناسبی در این مسأله از خود نشان می دهد.

8- تشکر و قدردانی

این مقاله مستخرج از پژوهشی است که با حمایت شرکت مدیریت منابع آب ایران (COA2-90065 ABS) انجام گرفته است و نویسندگان در اینجا مراتب تشکر و قدردانی خود را از این شرکت اعلام می دارند.

9- فهرست علائم

g	نیروهای حجمی خارجی
H	ارتفاع ستون سیال
m_b	جرم ذره b
P	فشار
t	زمان
u	سرعت
γ'_{sed}	وزن واحد حجم غوطه ور رسوبات
δ	تابع دلتای دیراک
ρ	جرم مخصوص سیال
ρ_b	جرم مخصوص ذره b
τ	تانسور تنش برشی
τ_Y	تنش بحرانی تعریف شده برای هر سیال
χ	اضافه فشار سربار ناشی از فاز دیگر
\mathbb{T}	تانسور تنش سیال نیوتنی

12- منابع

ولی زاده، ع، شفیع فر م. و صالحی نیشابوری، ع. (1390). "ارائه یک مدل هیدرودینامیک ذرات هموار شده (SPH) استاندارد برای شبیه سازی جریان های با سطح آزاد"، نشریه تحقیقات منابع آب ایران، سال هفتم، شماره 3، ص.ص. 75-84.

- Research, 48, 135-141.
- Shakibaeinia A. and Jin Y. C. (2011). "A mesh-free particle model for simulation of mobile-bed dam break", *Advances in Water Resources* 34(6): 794-807.
- Shi Y. B., Pan C. H., et al. (2012). "2D movable-bed mathematical model for dam-break flow and sediment transport", *Shuili Xuebao/Journal of Hydraulic Engineering* 43(7): 834-841+851.
- Toosi S. R., Ayyoubzadeh S. A. and Valizadeh A. (2015). "The influence of time scale in free surface flow simulation using Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)", *KSCE Journal of Civil Engineering*, 19(3), 765-770.
- Valizadeh A., Shafieefar M., Monaghan, J. and Neyshaboori S. S. (2008), "Modeling two-phase flows using SPH method," *Journal of Applied Sciences*, 8, 3817-3826.
- Zhangand S. and Duan J. G. (2011). "1D finite volume model of unsteady flow over mobile bed", *Journal of Hydrology* 405(1-2): 57-68.
- Monaghan J. J. (1994). "Simulating free surface flows with SPH", *Journal of Computational Physics* 110(2): 399-406.
- Monaghan J. J. (2005). "Smoothed particle hydrodynamics", *Reports on Progress in Physics* 68: 1703.
- Monaghan J. J. and Kocharyan A. (1995). "SPH simulation of multi-phase flow", *Computer Physics Communications* 87(1-2): 225-235.
- Omidvar P., Stansby P. K. and Rogers B. D. (2012), "Wave body interaction in 2d using smoothed particle hydrodynamics (SPH) with variable particle mass", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 68, 686-705.
- Ran Q., Tong J., Shao S., Fu X., and Xu Y. (2015). "Incompressible SPH scour model for movable bed dam break flows", *Advances in Water Resources*, 82, 39-50.
- Rogers B. D., Dalrymple R. A. and Stansby P. K. (2010), "Simulation of caisson breakwater movement using 2-D SPH", *Journal of Hydraulic*