

تأثیر روش محاسبه سرعت روی وجوه سلول در شبیه‌سازی جریان زیر بحرانی در کانال‌های باز

زهرة دهقان بهابادی¹، محمدرضا هادیان^{2*}، امیررضا زراتی³

1- کارشناسی ارشد عمران-آب، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه یزد، یزد

2- استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه یزد، یزد

3- استاد دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

*mr_hadian@yazd.ac.ir

چکیده - در این تحقیق تأثیر محاسبه سرعت روی وجوه سلول در یک مدل عددی دوبعدی قائم برای حل معادلات نویر-استوکس غیردائمی با قابلیت محاسبه فشارهای دینامیک، برای جریان‌های با سطح آزاد بررسی شده است. در این مدل با بهره‌گیری از الگوریتم پروجکشن، معادلات در سیستم مختصات منحنی‌الخط غیرمتعامد در شبکه‌ای هم‌مکان حل می‌شوند و برای برآورد مقادیر سرعت (شار) روی وجوه حجم کنترل، از روش «میان‌یابی خطی»، و چند روش «میان‌یابی مومنتم» استفاده شده است. نتایج گویای آنست که، اگر تغییرات شیب بستر و شیب سطح آب ملایم باشد؛ دقت مدل‌سازی عددی با استفاده از انواع روش‌های «میان‌یابی مومنتم»، یکسان خواهد بود. همچنین شبیه‌سازی با استفاده از «میان‌یابی خطی» در این شرایط، دقت قابل قبولی را در پی خواهد داشت. از سوی دیگر، اگر شیب سطح آب تند باشد، نوسانات غیرواقعی فشار به‌نحوی شدت می‌گیرند که استفاده از «میان‌یابی خطی» سیستم را به‌سمت واگرایی سوق می‌دهد و برای حل این چالش، به‌کارگیری روش‌های «میان‌یابی مومنتم» ضرورت می‌یابد. بررسی زمان لازم برای پردازش آزمون‌های انجام شده همچنین نشان می‌دهد، استفاده از روابط «میان‌یابی مومنتم» با روابط پیچیده‌تر نسبت به «میان‌یابی خطی»، سبب صرفه‌جویی بیشتر در هزینه محاسبات می‌شود. در صورت کوچک بودن مؤلفه قائم سرعت در مقایسه با مؤلفه افقی که در بسیاری از جریان‌های سطح آزاد برقرار است؛ اهمیت برآورد سرعت روی وجوه حجم کنترل، در راستای طولی کانال بیشتر از راستای قائم می‌باشد. نتایج تحقیق حاضر نشان می‌دهد در چنین شرایطی اگر روابط «میان‌یابی مومنتم» فقط برای برآورد سرعت روی وجوه شرقی و غربی حجم کنترل استفاده شود و برای وجوه بالا و پائین از «میان‌یابی خطی» استفاده شود، ضمن کاهش هزینه محاسبات، دقت و کارایی مدل کاهش نمی‌یابد.

کلیدواژگان: سطح آزاد، روش پروجکشن، مختصات منحنی‌الخط، شبکه هم‌مکان، سرعت روی وجه سلول، میان‌یابی مومنتم.

1- مقدمه

شبکه متفاوت قابل استفاده می‌باشد: شبکه هم‌مکان¹ (جایجا نشده) و شبکه جایجا شده. در صورت استفاده از شبکه هم‌مکان، تمام متغیرها در مرکز سلول تعریف شده و

امروزه استفاده از روش احجام محدود برای حل معادلات نویر-استوکس کاربرد گسترده‌ای پیدا کرده است. در تحلیل جریان با استفاده از روش احجام محدود، دو آرایش

¹ Collocated grid

فقط یک حجم کنترل برای کلیه متغیرهای وابسته تعریف می‌شود. استفاده از این شبکه برای تحلیل جریان‌های پیچیده (خصوصاً زمانی که سیستم مختصات منطبق بر مرز استفاده می‌شود) سهولت کاربرد و کاهش زمان محاسبات را در پی دارد (Papageorgakopoulos et al. 2000; Yu et al. 2002). از آنجا که معادلات نویر-استوکس فاقد ترم فشار می‌باشد (و تنها گرادیان فشار در این معادلات حضور دارد)، در صورت استفاده از شبکه هم‌مکان، ممکن است نوعی عدم همبستگی بین سرعت و فشار بوجود آید، که می‌تواند منجر به بروز «نوسانات غیر واقعی فشار» شود (Cubero and Fueyo 2007; Papageorgakopoulos et al. 2000; Xu and Zhang 1998). از طرفی استفاده از شبکه جابجا شده، گرچه مشکل احتمالی نوسانات غیرواقعی فشار را ندارد، ولی به دلیل کاربرد حجم کنترل‌های متفاوت، استفاده از آن در هندسه‌های پیچیده می‌تواند بر زمان محاسبات و خطای محاسبات تأثیر نامطلوب داشته باشد (Choi 1999; Papageorgakopoulos et al. 2000; Xu and Zhang 1998). همچنین استفاده از شبکه جابجا شده توأم با سیستم مختصات منحنی‌الخط غیرمتعامد دشوار می‌باشد (Papageorgakopoulos et al. 2000).

به‌واسطه بهره‌گیری از منافع شبکه هم‌مکان، محققان درصدد رفع مشکل احتمالی «نوسانات شطرنجی فشار» در فرایند تحلیل جریان‌ها برآمدند. روش موسوم به «میان‌یابی مومنتم سرعت روی وجوه سلول» که اولین بار توسط Rhie and Chow (1983) ارائه شد، از کارآمدترین راه‌حل‌ها در این زمینه به‌شمار می‌رود. در این روش، برای محاسبه سرعت روی وجوه سلول محاسباتی، به‌جای متوسط‌گیری از مقادیر سرعت مرکز سلول، از ترم‌های گسسته‌سازی شده معادلات مومنتم متوسط‌گیری می‌شود، تا کوپل مناسبی بین سرعت و فشار بوجود آید.

(Majumdar 1988) نشان داد که استفاده از روش Rhie and Chow (1983) and، منجر به وابستگی مقادیر سرعت روی وجوه حجم کنترل به ضرایب زیرتخفیف می‌شود. این مرجع روشی را برای حل این مشکل پیشنهاد داد که این وابستگی را از بین می‌برد، ولی مستلزم ذخیره سرعت‌ها روی وجوه حجم کنترل از سعی قبل نیز می‌باشد و میزان

حافظه بیشتری را مورد استفاده قرار می‌دهد. (Miller and Schmidt 1988) نیز به نتایج مشابهی در مورد روش پیشنهادی Rhie and Chow (1983) رسیدند. این محققان نیز روش کامل‌تری را برای برطرف کردن این نقیصه ارائه دادند. روش دیگری که برای حل این مشکل ذکر شده، آن است که ضریب زیرتخفیف از روابط بدست آمده برای سرعت روی وجوه حجم کنترل، حذف شود (Kobayashi and Pereira, 1991, Olsen, 2000). از سوی دیگر، به دلیل وجود Δt در ضریب مرکزی معادلات مومنتم، ممکن است مقادیر سرعت روی وجوه حجم کنترل، نسبت به گام زمانی Δt وابستگی پیدا کنند.

(Choi 1999) نشان داد که نتایج Rhie and Chow (1983) به Δt وابسته است و روشی را برای حل این مشکل ارائه کرد. این مرجع با اضافه کردن «ترم چشمه نیروهای بدنه‌ای¹» و «ترم‌های پیشنهادی Majumdar (1988)» به رابطه پیشنهادی Rhie and Chow (1983) نشان داد، گرچه این ترم‌ها از نظر مقدار کوچک هستند و بر همگرایی تأثیری ندارند، اما چشم‌پوشی از آنها می‌تواند وابستگی نتایج به ضریب زیرتخفیف² و گام زمانی را به‌دنبال داشته باشد. (Yu et al. 2002) نیز بطور تحلیلی نشان دادند که نتایج Rhie and Chow (1983) حتی در مسائل دائمی که با الگوریتم غیردائمی حل می‌شوند، مقدار اندکی به Δt وابسته است و در این زمینه، روشی را بر اساس میان‌یابی خطی تک‌تک ترم‌های موجود در ضریب مرکزی معادلات مومنتم، ارائه کردند. این روش تعداد پارامترهای زیادی را در روابط مربوط به میان‌یابی مورد استفاده قرار می‌داد و برای استفاده در سیستم کارترزین مناسب بود. (Cubero and Fueyo 2007) با افزودن ترم‌هایی به روابط پیشنهادی (Rhie and Chow 1983)، آنرا کامل‌تر کردند و بطور تحلیلی و عددی نشان دادند که نتایج روش آن‌ها به گام زمانی و ضریب زیرتخفیف وابسته نیست. مشکل روش پیشنهادی آنها، لزوم ذخیره‌سازی متغیرها از گام قبل، دو گام قبل و نیز از سعی قبل می‌باشد، که حافظه زیادی را مورد استفاده قرار می‌دهد. (Zang et al. 1994) روشی را برپایه میان‌یابی

¹ Body Force² Under-Relaxation Factor

پیچیده «میان‌یابی مومنتم» برای برآورد سرعت بر روی وجوه سلول‌های محاسباتی، وجود نداشته باشد. در این تحقیق با مدل‌سازی عددی جریان‌های سطح آزاد دائمی با رژیم زیربحرانی، تأثیر «نوسانات غیر واقعی فشار» بررسی شده و عملکرد مدل با و بدون استفاده از روش‌های «میان‌یابی مومنتم سرعت» از طریق مقایسه نتایج مدل‌سازی با استفاده از چهار روش زیر، مورد ارزیابی قرار گرفته است.

روش اول: مقادیر سرعت روی وجوه، با روش «میان‌یابی خطی» (LI^1) برآورد شده است تا میزان تأثیر «نوسانات غیرواقعی فشار» و اعتبار نتایج مدل‌سازی در این حالت، مشخص گردد.

روش دوم: مقادیر سرعت روی وجوه، با روش «میان‌یابی مومنتم پیشنهادی (Rhie and Chow (1983) برآورد شده است (RMI^2)، که روشی شناخته شده و مورد اقبال بسیاری از محققان بوده است.

روش سوم: مقادیر سرعت روی وجوه، با روش «میان‌یابی مومنتم پیشنهادی (Lien and Leschziner (1994) برآورد شده است (LMI^3)، که یکی از کامل‌ترین روش‌های ارائه شده در این زمینه و با روابط نسبتاً پیچیده می‌باشد که با سیستم مختصات منحنی‌الخط غیرمتعامد (مورد استفاده در این تحقیق) نیز هماهنگی مناسبی دارد.

روش چهارم: از آنجا که در بسیاری از جریان‌های سطح آزاد، سرعت در راستای طولی (محوری) کانال غالب می‌باشد؛ به‌نظر می‌رسد تأثیر برآورد سرعت در راستای طولی کانال بیشتر از راستای قائم باشد و لذا برای صرفه‌جویی در هزینه محاسبات، از روش «میان‌یابی مومنتم پیشنهادی (Lien and Leschziner (1994) تنها برای برآورد سرعت روی وجوه شرقی-غربی استفاده شده است و در مورد برآورد سرعت روی وجوه بالا-پائین، «میان‌یابی خطی» مورد استفاده قرار گرفته است (LMI^4). قابل ذکر است که این روش برای اولین بار در این تحقیق مورد مطالعه قرار گرفته است.

مقایسه نتایج مدل‌سازی با «شبکه جابجا شده» و «شبکه

درجه دوم یک چندجمله‌ای در شبکه هم‌مکان ارائه دادند که (نسبت به محاسبات در شبکه جابجا شده) ضمن برخورداری از دقت بالا، از زمان محاسبات کمتری برخوردار است و حافظه را درگیر ذخیره تعداد پارامترهای کمتری می‌کند. (Papageorgakopoulos et al. (2000) نیز روش مشابهی را برپایه میان‌یابی درجه دوم یک چندجمله‌ای ارائه دادند که از دقت بالایی برخوردار است. Xu and Zhang (1998) دو روش متفاوت را برای میان‌یابی مومنتم ارائه دادند (که یکی از آنها، توسعه روش Rhie and Chow (1983) و دیگری توسعه روش Miller and Schmidt (1988) و محسوب می‌گردد) و موفقیت‌هایی را در این زمینه گزارش کردند. Lien and Leschziner (1994) روشی را پیشنهاد دادند که در آن برای حصول به جواب‌های مستقل از ضریب زیر تخفیف و Δt ، استخراج روابط میان‌یابی مومنتم (Rhie and Chow (1983) بصورت کامل‌تری انجام شده است و به‌جز گرادین‌های فشاری، مقادیر سرعت از گام قبل و سعی قبل نیز در برآورد سرعت روی وجوه سلول مشارکت یافته است تا همبستگی بیشتری بین سرعت و فشار برقرار گردد. این روش که برای سیستم مختصات منحنی‌الخط توسعه داده شده است، پارامترهای زیادی را در روابط میان‌یابی وارد می‌کند که برنامه‌نویسی آن را، دشوار می‌سازد.

تاریخچه بیان شده گویای آن است که، حین استفاده از شبکه هم‌مکان، احتمال بروز نوسانات غیرواقعی فشار، همواره محور توجه محققان قرار داشته است. همچنین تمایل به استفاده از روشی که نتایج مستقل از سایر پارامترها (ضریب زیر تخفیف، گام زمانی و سرعت) را ارائه دهد؛ محققان را به‌سوی استفاده از روابط «میان‌یابی مومنتم سرعت» با فرمول‌بندی‌های پیچیده‌تر سوق داده است. شایان ذکر است، در تحقیقات انجام شده پیرامون پدیده «نوسانات غیرواقعی فشار» در حل معادلات نویر-استوکس، «جریان‌های با سطح آزاد» کمتر محور توجه قرار گرفته است. از آنجا که در جریان‌های با سطح آزاد، همواره یک مرز متحرک با فشار ثابت وجود دارد؛ می‌توان احتمال داد که مسئله «نوسانات غیرواقعی فشار» در جریان‌های با سطح آزاد، دارای تأثیر کمتری باشد و شاید در بسیاری از شرایط، ضرورتی برای استفاده از روش‌های

¹ Linear Interpolation

² (Rhie & Chow) Momentum Interpolation

³ (Lien & Leschziner) Momentum Interpolation (Method 1)

⁴ (Lien & Leschziner) Momentum Interpolation (in X-direction) + Linear Interpolation (in Z-direction) (Method 2)

به دلیل استفاده از الگوریتم پروجکشن (در دو نیم‌گام زمانی «هیدرواستاتیک» و «هیدرودینامیک»)، ترم فشار کل (P) در معادلات مومنتم به دو بخش فشار «هیدرواستاتیک» و فشار «هیدرودینامیک» (q) بصورت $(P = \rho \cdot g \cdot (\zeta - z) + q)$ تفکیک شده است؛ که (ζ) موقعیت تراز آب نسبت به سطح‌مبنا می‌باشد. شکل تبدیل یافته معادله پیوستگی و معادله تراز آب (معادله پیوستگی انتگرال‌گیری شده در عمق) در سیستم مختصات منحنی‌الخط برای میدان دوبعدی قائم (2DV)، بصورت روابط (1 و 2) می‌باشد (هادیان و زراتی، 1388؛ دهقان و همکاران، 1390):

$$\frac{1}{J} \cdot \left(\frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial W}{\partial \zeta} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \xi_x \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \int_{z_b}^{\zeta} U \, d\zeta = 0 \quad (2)$$

که در آن J ژاکوبین دوبعدی، U ، W سرعت‌های کنترواربانت در راستای محورهای مختصات منحنی‌الخط ξ ، ζ و Z_b تراز بستر از سطح مبنا می‌باشد. همچنین در این تحقیق به منظور ساده‌سازی روابط، محور ζ بصورت قائم در نظر گرفته شده است. در این حالت، معادلات مومنتم افقی و قائم و معادلات k ، ε (مربوط به مدل آشفتگی مورد استفاده در تحقیق) را می‌توان بصورت معادله کلی انتقال (φ) در سیستم منحنی‌الخط بیان کرد (هادیان و زراتی، 1388؛ Shyy, et al., 1996؛ Zang, et al., 1994؛ دهقان و همکاران، 1390):

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varphi \cdot J) + \frac{\partial}{\partial \xi} (\varphi U) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (\varphi W) = \frac{\partial}{\partial \xi} (\Gamma \cdot J \cdot (\xi_x \xi_x)) \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \zeta} (\Gamma \cdot J \cdot (\zeta_x \zeta_x + \zeta_z \zeta_z)) \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} + S^\varphi \quad (3)$$

که در آن Γ ضریب پخش معادله می‌باشد و (φ) می‌تواند مؤلفه سرعت و یا مشخصه آشفتگی باشد. همچنین ترم چشمه معادلات مومنتم افقی و قائم (S^φ) بصورت روابط (4 و 5) محاسبه می‌شود:

$$S'' = -g \cdot J \cdot \xi_x \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} - \frac{J}{\rho} \xi_x \left(\frac{\partial q}{\partial \xi} + \zeta_x \frac{\partial q}{\partial \zeta} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} (v_e \cdot J \cdot (\xi_x \zeta_x)) \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \zeta} (v_e \cdot J \cdot (\xi_x \zeta_x)) \frac{\partial u}{\partial \zeta} - \frac{2}{3} J \cdot \xi_x \left(\frac{\partial k}{\partial \xi} + \zeta_x \frac{\partial k}{\partial \zeta} \right) \quad (4)$$

جایجا نشده»، در مراجع متعددی صورت گرفته است (Choi, et al., 1994; Miller and Schmidt, 1988)؛ ولی مقایسه مدل‌سازی در یک شبکه هم‌مکان، با «روش‌های متفاوتی برای برآورد سرعت روی وجوه»، کمتر دیده شده است. البته در برخی مراجع مقایسه‌ای بین نتایج روش پیشنهادی آن مرجع و روش پیشنهادی Rhie and Chow برای نمایش میزان وابستگی به گام زمانی و یا ضریب زیرتخفیف صورت گرفته است (Cubero and Fueyo, 2007; Yu, et al., 2002)؛ ولی سرعت همگرایی و هزینه محاسبات، مقایسه نشده است.

در این مقاله، ابتدا الگوریتم کلی برنامه (شامل کلیات روش پروجکشن در مختصات منحنی‌الخط غیرمتعامد) بیان شده است. سپس جزئیات مربوط به چهار روش متفاوت برای برآورد مقادیر سرعت روی وجوه حجم کنترل، تشریح شده است. در ادامه، نتایج مدل‌سازی عددی آزمون‌های متفاوتی با جریان‌های سطح آزاد دائمی، با استفاده از چهار روش برآورد سرعت، ارائه شده است و میزان تأثیر پارامترهای «گام زمانی» و «ضریب زیرتخفیف» در نتایج مدل‌سازی آزمون‌ها بررسی شده است و در انتها، مقایسه‌ای بین زمان لازم برای رسیدن به همگرایی در هر آزمون (از چهار روش برآورد سرعت) صورت گرفته است.

2- معادلات حاکم

عموماً برای تحلیل میدان جریان، از معادلات پیوستگی و مومنتم متوسط‌گیری شده رینولدز استفاده می‌شود (Ferziger and Peric 1997; Versteeg and Malalasekara 1995). با توجه به آنکه تراز بستر کانال و سطح آب الزاماً افقی نیستند، برای استفاده از شبکه باسازمان، لازم است یک سیستم مختصات با محورهای انعطاف‌پذیر به کار گرفته شود. در این تحقیق از سیستم مختصات منحنی‌الخط غیرمتعامد (که کمترین محدودیت را برای شبکه ایجاد می‌کند) استفاده شده است و از روش «تبدیل پاره‌ای معادلات» توام با «استفاده از سرعت‌های کنترواربانت» برای تبدیل معادلات از سیستم کارترین به منحنی‌الخط استفاده شده است (هادیان و زراتی، 1388؛ Shyy, et al., 1994؛ دهقان و همکاران، 1390). همچنین

است؛ به طوری که نصف تغییرات زمانی (در نیم گام زمانی اول) به ترم‌های جابجایی و پخش اختصاص یافته و نصف دیگر تغییرات زمانی (در نیم گام زمانی دوم) به ترم فشار دینامیک منسوب می‌شود. بر این اساس، در نیم گام زمانی اول، هریک از معادلات مومنتم با فرض توزیع هیدرواستاتیک فشار بطور مجزا حل می‌گردد تا میدان سرعت واسط بدست آید و در نیم گام زمانی دوم، با تلفیق معادلات مومنتم (6 و 7) و معادله پیوستگی (1)، معادله‌ای ضمنی از فشار دینامیک بدست می‌آید که با حل آن، میدان فشار دینامیک برآورد شده و با استفاده از آن، میدان سرعت واسط اصلاح می‌گردد (Ahmadi et al. 2007; Zang et al. 1994). همچنین تراز سطح آب با استفاده از رابطه پیوستگی در عمق (2)، برآورد می‌گردد (دهقان و همکاران، 1390). شرط همگرایی مدل، کمتر شدن مجموع قدرمطلق باقی‌مانده‌های معادلات مومنتم و پیوستگی تمامی سلول‌های میدان حل که با مومنتم یا دبی ورودی بی‌بعد شده است، از یک عدد کوچک است؛ که در اینجا 0/0001 در نظر گرفته شده است. شرط مرزی بستر شرط دیواره، برای ورودی دبی، برای خروجی تراز سطح آب و گرادیان پارامترها برابر صفر در نظر گرفته شده است. در مرز سطح آزاد، برای سرعت موازی مرز، شرط گرادیان صفر اعمال شده و فشار در مرکز سلول‌های مجاور بستر صفر در نظر گرفته شده است. برای جزئیات بیشتر روش عددی به مقاله دهقان و همکاران (1390) مراجعه شود.

3-1- میان‌یابی مومنتم

مطابق تجارب موجود حین استفاده از «شبکه هم‌مکان»، در صورتی که برای برآورد «مقادیر سرعت روی وجوه حجم کنترل» در محاسبه ضرائب A معادلات مومنتم (6 و 7)، از روش اختلاف مرکزی استفاده شود، ممکن است یک توزیع فشار نوسانی به‌جای مقدار واقعی در معادلات صدق نماید. به دلیل تمایل به برخورداری از مزایای شبکه‌های هم‌مکان، گروهی از محققان در صدد رفع این نوسانات از طریق برقراری همبستگی مناسب بین سرعت و فشار، به‌جای استفاده از شبکه جابجا شده برآمدند. از آنجا که در

$$S^w = -\frac{J}{\rho} \zeta_z \frac{\partial q}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \xi} (v_e \cdot J \cdot (\xi_x \zeta_x)) \frac{\partial w}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \zeta} (v_e \cdot J \cdot (\xi_x \zeta_x)) \frac{\partial w}{\partial \xi} - \frac{2}{3} J (\xi_z \frac{\partial k}{\partial \xi} + \zeta_z \frac{\partial k}{\partial \zeta}) \quad (5)$$

در روابط بالا، u ، w سرعت‌های کارتزین در جهت محورهای مختصات x ، z (محور x بصورت افقی، محور z بصورت قائم) و v_e لزجت گردابه‌ای می‌باشد. در مدل عددی حاضر، به‌منظور ایجاد همگرایی بهتر، از ضریب زیرتخفیف (α) استفاده شده است که در نهایت، شکل گسسته‌سازی شده روابط مومنتم با اعمال ضریب زیرتخفیف به‌صورت روابط (6 و 7) بدست می‌آید:

$$\frac{1}{\alpha} A_p \cdot u_p = A_e \cdot u_e + A_w \cdot u_w + A_t \cdot u_t + A_b \cdot u_b + A_p^0 \cdot u_p^{old} + \frac{1-\alpha}{\alpha} A_p \cdot u_p^{**} - J \cdot \xi_x \cdot \Delta \xi \cdot \Delta \zeta \frac{\partial}{\partial \xi} (g \cdot \zeta + \frac{q}{\rho}) - J \cdot \zeta_x \cdot \Delta \xi \cdot \Delta \zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} (\frac{q}{\rho}) \quad (6)$$

$$\frac{1}{\alpha} A_p \cdot w_p = A_e \cdot w_e + A_w \cdot w_w + A_t \cdot w_t + A_b \cdot w_b + A_p^0 \cdot w_p^{old} + \frac{1-\alpha}{\alpha} A_p \cdot w_p^{**} - J \cdot \xi_z \cdot \Delta \xi \cdot \Delta \zeta \frac{\partial}{\partial \xi} (\frac{q}{\rho}) - J \cdot \zeta_z \cdot \Delta \xi \cdot \Delta \zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} (\frac{q}{\rho}) \quad (7)$$

که در آن زیرنویس P به مرکز سلول و اندیس‌های b ، t ، e ، w به ترتیب به وجوه شرقی، غربی، بالایی و پائینی سلول اشاره دارد و بالانویس‌های $**$ و old به ترتیب به سعی قبل و گام قبل مربوط می‌باشد.

3- روش عددی حل معادلات

در مدل حاضر برای حل عددی معادلات، از روش احجام محدود استفاده شده است و به‌منظور افزایش توانایی مدل در شبیه‌سازی هندسه‌های پیچیده، برای گسسته‌سازی میدان حل، از شبکه هم‌مکان (جابجا نشده) استفاده شده است (Hadian et al. 2005). در این مدل، الگوریتم پروجکشن مشابه روش ارائه شده در Zang et al. (1994)، Li and Fleming (1998)، Casulli and Stelling (1994) و (2001) و (2007) Ahmadi et al. مورد استفاده قرار گرفته است (دهقان و همکاران، 1390)، که در این روش برای حل معادلات مومنتوم از روش "ADI" استفاده شده

سلول محاسباتی از روابط (12 و 13) بدست می‌آید:

$$U_e = H_1|_e = F_1.U_P + (1-F_1).U_E \quad (12)$$

$$W_f = H_3|_f = F_3.W_P + (1-F_3).W_T \quad (13)$$

طبعاً برای وجه غربی سلول، مشابه وجه شرقی و برای وجه پائینی سلول، مشابه وجه بالایی، عمل می‌شود.

3-1-2- روش دوم: «میان‌یابی مومنتم Rhie and Chow»

برای برآورد سرعت روی وجوه حجم کنترل (RMI)

در این روش، مقادیر سرعت روی وجوه، با روش «میان‌یابی مومنتم پیشنهادی (Rhie and Chow 1983)» برآورد شده است، که روشی شناخته شده، استاندارد و مورد اقبال بسیاری از محققان بوده است. به دلیل عمومیت داشتن کاربرد این روش، نتایج مدل‌سازی با آن، می‌تواند معیار مناسبی برای سنجش عملکرد سایر روش‌ها واقع شود. به منظور برآورد مؤلفه‌های سرعت روی وجوه حجم کنترل برای معادلات مومنتم در حالت تفکیک ترم فشارکل به دو بخش هیدرواستاتیک و هیدرودینامیک در سیستم مختصات منحنی‌الخط غیرمتعامد، با استفاده از اصول توصیه شده توسط (Rhie and Chow 1983) و به کارگیری اصلاح پیشنهادی (Olsen 2000) برای حذف تأثیر ضریب زیرتخفیف در نتایج مدل‌سازی، در تحقیق حاضر به صورت زیر عمل شده است.

الف- در وجه شرقی سلول، ابتدا مقدار تابع H_1 بصورت رابطه (14) تعریف می‌شود:

$$H_1^u|_p = u_p + \frac{1}{A_p}.J.\xi_x.\Delta\nabla.\frac{\partial}{\partial\xi}(g.\zeta + \frac{q}{\rho}) \quad (14)$$

با استفاده از رابطه (14) و به کارگیری رابطه (8)، مقدار سرعت کارترین روی وجه شرقی با رابطه (15) قابل محاسبه می‌باشد:

$$u_e = H_1^u|_e - \left[\frac{1}{A_p}.J.\xi_x.\Delta\nabla.\frac{\partial}{\partial\xi}(g.\zeta + \frac{q}{\rho}) \right]_e \quad (15)$$

و مقدار سرعت کنترراویانت روی وجه شرقی سلول محاسباتی، با استفاده از روابط تبدیل سرعت کارترین به کنترراویانت بدست می‌آید (دهقان و همکاران، 1390):

$$U_e = F_1.U_P + (1-F_1).U_E + F_1.\left(\frac{1}{A_p}.g^{11}.J^2.\Delta\xi.\Delta\zeta.\frac{\partial}{\partial\xi}(g.\zeta + \frac{q}{\rho}) \right)_p$$

جریان‌های با سطح آزاد، همواره یک مرز متحرک با فشار ثابت وجود دارد، احتمال دارد که مسئله «نوسانات غیرواقعی فشار» در جریان‌های با سطح آزاد، تا آن حد تأثیرگذار نباشد و شاید در بسیاری از موارد، ضرورتی برای استفاده از تکنیک‌های پیچیده‌تر «میان‌یابی مومنتم سرعت روی وجوه سلول» وجود نداشته باشد.

در مدل عددی حاضر، همان‌گونه که ذکر شد برای برآورد سرعت روی وجوه حجم کنترل، از چهار روش متفاوت استفاده شده است. لازم به ذکر است برای حفظ انسجام متن و امکان مقایسه ترم‌های تأثیرگذار در این چهار روش، مقدار هر پارامتر مثل H روی هر وجه، مساوی متوسط وزنی آن در مرکز دو سلول همجوار می‌باشد. به این ترتیب، مقدار H_1 روی مثلاً وجه شرقی سلول محاسباتی به صورت رابطه (8) محاسبه می‌شود:

$$H_1|_e = F_1.H_1|_p + (1-F_1).H_1|_E \quad (8)$$

و مقدار H_3 روی وجوه بالایی سلول محاسباتی بصورت رابطه (9) می‌باشد:

$$H_3|_f = F_3.H_3|_p + (1-F_3).H_3|_T \quad (9)$$

که اندیس P به سلول محاسباتی و اندیس‌های E و T به ترتیب به سلول سمت راست و سلول بالای آن اشاره دارد؛ همچنین، F_1 ضریب وزنی سمت شرقی و F_3 ضریب وزنی سمت بالائی سلول محاسباتی می‌باشد. طبعاً برای وجه غربی سلول، مشابه وجه شرقی و برای وجه پائینی، مشابه وجه بالایی، عمل می‌شود.

3-1-1- روش اول: «میان‌یابی خطی» برای برآورد سرعت

روی کلیه وجوه حجم کنترل (LI)

در این روش، مقادیر سرعت روی وجوه حجم کنترل با استفاده از روش ساده متوسط‌گیری وزنی محاسبه می‌شود. به عبارت دیگر، تلاش شده تا اعتبار نتایج مدل‌سازی جریان‌ها، بدون استفاده از تکنیک «میان‌یابی مومنتم سرعت» و در ساده‌ترین شیوه ممکن، بررسی گردد. در این راستا، تابع H بصورت روابط (10 و 11) تعریف می‌شود:

$$H_1|_p = U_P \quad (10)$$

$$H_3|_p = W_P \quad (11)$$

و مقادیر سرعت کنترراویانت روی وجوه شرقی و بالائی

مشاهده است.

3-1-3- روش سوم: «میان‌یابی مومنتم Lien and Leschziner» برای برآورد سرعت روی وجوه حجم کنترل (LMI1)

در این روش، مقادیر سرعت روی وجوه، با روش «میان‌یابی مومنتم پیشنهادی (Lien and 1994)» برآورد شده است، که یکی از کامل‌ترین روش‌های ارائه شده در این زمینه و طبعاً با روابط پیچیده‌تری می‌باشد. این روش با سیستم مختصات منحنی‌الخط (به کار رفته در تحقیق حاضر) سازش داشته و هیچگونه وابستگی بین نتایج آن با سایر پارامترها (گام زمانی، ضریب زیرتخفیف و ...) گزارش نشده است. به‌منظور برآورد مؤلفه‌های سرعت روی وجوه حجم کنترل برای معادلات مومنتم در حالت تفکیک ترم فشار کل به دو بخش «هیدرواستاتیک» و «هیدرودینامیک» در سیستم مختصات منحنی‌الخط غیرمتعامد، با استفاده از اصول توصیه شده توسط (Lien and Leschziner 1994)، در تحقیق حاضر به‌صورت زیر عمل شده است.

الف- در وجه شرقی سلول، مقدار تابع H_1 بصورت رابطه (22) تعریف می‌شود:

$$H_1^u|_p = \frac{1}{\alpha} A_p \cdot u_p + J \cdot \xi_x \cdot \Delta \nabla \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} (g \cdot \zeta + \frac{q}{\rho}) - A_p^0 \cdot u_p^{old} - \frac{1-\alpha}{\alpha} A_p \cdot u_p^{**} \quad (22)$$

با استفاده از رابطه (22) و به‌کارگیری رابطه (8)، مقدار سرعت روی وجه شرقی با رابطه (23) قابل محاسبه می‌باشد:

$$u_e = \frac{\alpha}{A_e} \left[H_1^u|_e - \left| J \cdot \xi_x \cdot \Delta \nabla \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} (g \cdot \zeta + \frac{q}{\rho}) \right|_e \right] + (A_e^0 \cdot u_e^{old} + \frac{1-\alpha}{\alpha} A_e \cdot u_e^{**}) \quad (23)$$

و مقدار سرعت کنتروارایان روی وجه شرقی سلول محاسباتی، با استفاده از روابط تبدیل سرعت کارترین به کنتروارایان به‌دست می‌آید (دهقان و همکاران، 1390):

$$U_e = F_1 \left\{ \begin{aligned} & \frac{A_p}{A_e} [U_p - (1-\alpha_u)U_p^{**}] - \alpha_u \frac{A_p}{A_e} U_p^{old} \\ & + \frac{\alpha_u}{A_e} \cdot \left(\frac{=g^{11} J^2 \Delta \xi \Delta \zeta}{G_1^u \cdot J \cdot \xi_x} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} (g \cdot \zeta + \frac{q}{\rho}) \right)_p \end{aligned} \right\}$$

$$+ (1-F_1) \left(\frac{1}{A_e} \cdot g^{11} J^2 \Delta \xi \Delta \zeta \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} (g \cdot \zeta + \frac{q}{\rho}) \right)_E - \left(\frac{1}{A_e} \cdot g^{11} J^2 \Delta \xi \Delta \zeta \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} (g \cdot \zeta + \frac{q}{\rho}) \right)_e \quad (16)$$

ب- در وجه بالایی سلول، مقادیر تابع H_3 بصورت روابط (17 و 18) تعریف می‌شوند:

$$H_3^u|_p = u_p + \frac{1}{A_p} \cdot J \cdot \xi_x \cdot \Delta \nabla \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} (\frac{q}{\rho}) \quad (17)$$

$$H_3^w|_p = w_p + \frac{1}{A_p} \cdot J \cdot \xi_z \cdot \Delta \nabla \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} (\frac{q}{\rho}) \quad (18)$$

با استفاده از روابط (17) و (18) و به‌کارگیری رابطه (9)، مقادیر سرعت روی وجه بالایی سلول با روابط (19 و 20) محاسبه می‌گردند:

$$u_t = H_3^u|_t - \left| \frac{1}{A_p} \cdot J \cdot \xi_x \cdot \Delta \nabla \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} (\frac{q}{\rho}) \right|_t \quad (19)$$

$$w_t = H_3^w|_t - \left| \frac{1}{A_p} \cdot J \cdot \xi_z \cdot \Delta \nabla \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} (\frac{q}{\rho}) \right|_t \quad (20)$$

و مقدار سرعت کنتروارایان روی وجه بالایی سلول محاسباتی، با استفاده از روابط تبدیل سرعت کارترین به کنتروارایان به‌دست می‌آید (دهقان و همکاران، 1390):

$$W_t = F_3 \cdot W_p + (1-F_3) \cdot W_T + F_3 \cdot \frac{1}{A_p} \cdot \left(g^{33} \cdot J^2 \cdot \Delta \xi \cdot \Delta \zeta \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} (\frac{q}{\rho}) \right)_p + (1-F_3) \cdot \frac{1}{A_T} \cdot \left(g^{33} \cdot J^2 \cdot \Delta \xi \cdot \Delta \zeta \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} (\frac{q}{\rho}) \right)_T - \frac{1}{A_t} \cdot \left(g^{33} \cdot J^2 \cdot \Delta \xi \cdot \Delta \zeta \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} (\frac{q}{\rho}) \right)_t \quad (21)$$

طبعاً برای وجه غربی سلول، مشابه وجه شرقی و برای وجه پائینی سلول، مشابه وجه بالایی، عمل می‌شود. مقایسه روابط (12) و (13) با روابط (16) و (21) نشان می‌دهد؛ در صورت استفاده از «میان‌یابی خطی» برای محاسبه مقادیر سرعت روی وجوه حجم‌کنترلی، تنها دو ترم اول روابط (16) و (21) مشارکت دارد؛ ولی با استفاده از «میان‌یابی مومنتم Rhie and Chow» سه ترم آخر (شامل گرادین‌های فشار) اضافه می‌شود تا همبستگی بهتری مابین سرعت و فشار برقرار شود. اضافه شدن این ترم‌ها به‌دلیل مشارکت یافتن ترم‌های فشار در میان‌یابی سرعت می‌باشد که در روابط (14)، (17) و (18) قابل

$$+ w_g \left\{ \frac{\alpha}{A_t} [F_3 A_p (J \zeta_z)_p + (1 - F_3) A_T (J \zeta_z)_T - F_3 A_p^0 (J \zeta_z)_p] \right. \\ \left. - (1 - F_3) A_T^0 (J \zeta_z)_T + A_t^0 (J \zeta_z)_t \right\} - \alpha (J \zeta_z)_t \quad (29)$$

طبعاً برای وجه غربی سلول، مشابه وجه شرقی و برای وجه پائینی سلول، مشابه وجه بالایی، عمل می‌شود. مقایسه روابط (22)، (25) و (26) با روابط (14)، (17) و (18) نشان می‌دهد، در روش LMI1 به‌منظور ایجاد همبستگی بهتر بین سرعت و فشار، به‌جز گردان‌های سرعت که به پیشنهاد روش RMI در برآورد سرعت مشارکت یافته است، مقادیر سرعت از گام قبل نیز، شرکت داده شده است.

4-1-3- روش چهارم: «میان‌یابی مومنتم Lien and Leschziner» برای برآورد سرعت در راستای طولی کانال و «میان‌یابی خطی» برای برآورد سرعت در راستای قائم (LMI2)

از آنجا که در جریان‌های سطح آزاد، معمولاً مؤلفه سرعت در امتداد طولی کانال غالب است و مؤلفه سرعت در جهت قائم کوچک می‌باشد، به‌نظر می‌رسد تأثیر برآورد مؤلفه سرعت در امتداد طولی، از مؤلفه قائم سرعت بیشتر باشد و لذا برای ساده‌سازی برنامه محاسباتی و صرفه‌جویی در هزینه محاسبات، در این روش از «میان‌یابی مومنتم Lien and Leschziner (1994)» که از روابط پیچیده‌ای استفاده می‌کند؛ فقط برای برآورد سرعت روی وجوه شرقی-غربی سلول محاسباتی استفاده شده (که رابطه (24) نمونه وجه شرقی آن می‌باشد) و برای برآورد سرعت روی وجوه بالا-پائین سلول، «میان‌یابی خطی» مورد استفاده قرار گرفته است. استفاده از این روش در سایر مراجع دیده نشده است و برای اولین بار در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته است و در صورتیکه کارایی مدل‌سازی با استفاده از روش LMI2 و روش LMI1 یکسان باشد، طبعاً استفاده از روش LMI2 (از نظر سهولت در برنامه‌نویسی) ارجح خواهد بود.

4- نتایج مدل‌سازی‌های عددی انجام شده

4-1- مقایسه نتایج مدل‌سازی با استفاده از روش‌های

مختلف برآورد سرعت روی وجوه حجم کنترل

در این بخش، عملکرد مدل در شبیه‌سازی جریان‌های

$$+ (1 - F_1) \left\{ \frac{A_E}{A_e} [U_E - (1 - \alpha_u) U_E^{**}] - \alpha_u \frac{A_E^0}{A_e} U_E^{old} \right. \\ \left. + \frac{\alpha_u}{A_e} \left(\frac{=g^{11} J^2 \Delta \xi \Delta \zeta}{G_1^u \cdot J \cdot \xi_x} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} (g \cdot \zeta + \frac{q}{\rho}) \right) \right\}_E \\ + (1 - \alpha_u) U_e^{**} + \alpha_u \frac{A_e^0}{A_e} U_e^{old} \\ - \frac{\alpha_u}{A_e} \left(\frac{=g^{11} J^2 \Delta \xi \Delta \zeta}{G_1^u \cdot J \cdot \xi_x} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} (g \cdot \zeta + \frac{q}{\rho}) \right)_e \quad (24)$$

ب- در وجه بالایی سلول، مقادیر تابع H_3 بصورت روابط (25) و (26) تعریف می‌شود:

$$H_3^u \Big|_p = \frac{1}{\alpha} A_p \cdot u_p + J \cdot \zeta_x \cdot \Delta \nabla \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{q}{\rho} \right) \\ - A_p^0 \cdot u_p^{old} - \frac{1-\alpha}{\alpha} A_p \cdot u_p^{**} \quad (25)$$

$$H_3^w \Big|_p = \frac{1}{\alpha} A_p \cdot w_p + J \cdot \zeta_z \cdot \Delta \nabla \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{q}{\rho} \right) \\ - A_p^0 \cdot w_p^{old} - \frac{1-\alpha}{\alpha} A_p \cdot w_p^{**} \quad (26)$$

با استفاده از روابط (25) و (26) و به‌کارگیری رابطه (9) مقادیر سرعت روی وجه بالایی سلول با روابط (27) و (28) محاسبه می‌شود:

$$u_t = \frac{\alpha}{A_t} \left\{ \frac{H_3^u \Big|_t}{+ A_t^0 \cdot u_t^{old} + \frac{1-\alpha}{\alpha} A_t \cdot u_t^{**}} - \left| J \cdot \zeta_x \cdot \Delta \nabla \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{q}{\rho} \right) \right|_t \right\} \quad (27)$$

$$w_t = \frac{\alpha}{A_p} \left\{ \frac{H_3^w \Big|_t}{+ A_t^0 \cdot w_t^{old} + \frac{1-\alpha}{\alpha} A_t \cdot w_t^{**}} - \left| J \cdot \zeta_z \cdot \Delta \nabla \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{q}{\rho} \right) \right|_t \right\} \quad (28)$$

و مقدار سرعت کنترراویانت روی وجه بالایی سلول محاسباتی، با استفاده از روابط تبدیل سرعت کارترین به کنترراویانت به‌دست می‌آید (دهقان و همکاران، 1390):

$$W_t = F_3 \left\{ \frac{A_p}{A_t} [W_p - (1 - \alpha) W_p^{**}] - \alpha \frac{A_p^0}{A_t} W_p^{old} \right. \\ \left. + \frac{\alpha}{A_t} \left((g^{33} J^2 \Delta \xi \Delta \zeta) \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{q}{\rho} \right) \right)_p \right\} \\ + (1 - F_3) \left\{ \frac{A_T}{A_t} [W_T - (1 - \alpha) W_T^{**}] - \alpha \frac{A_T^0}{A_t} W_T^{old} \right. \\ \left. + \frac{\alpha}{A_t} \left((g^{33} J^2 \Delta \xi \Delta \zeta) \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{q}{\rho} \right) \right)_T \right\} \\ + (1 - \alpha) W_t^{**} + \alpha \frac{A_t^0}{A_t} W_t^{old} - \frac{\alpha}{A_t} \left((g^{33} J^2 \Delta \xi \Delta \zeta) \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{q}{\rho} \right) \right)_t$$

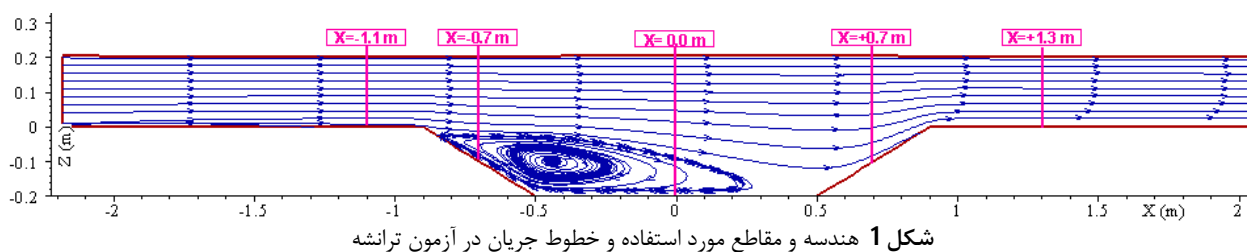
هندسۀ ترانشه، مقاطع مورد استفاده و خطوط جریان شبیه‌سازی شده، در شکل 1 مشاهده می‌شود. شکل 2 پروفیل سطح آب شبیه‌سازی شده توسط مدل حاضر را نشان می‌دهد. به نظر می‌رسد، شبیه‌سازی پروفیل سطح آب با استفاده از روش‌های RMI، LMI1 و LMI2 بصورت غیرنوسانی و کاملاً یکسان می‌باشد، درحالی‌که سطح آب بدست آمده با استفاده از روش LI، در محل تغییر شیب بستر کانال، دچار نوسانات اندکی شده است که حداکثر به 2/5 درصد عمق جریان می‌رسد و با توجه به بزرگ‌نمایی ده برابری پروفیل سطح آب (محور سمت راست تصویر) قابل مشاهده می‌باشد. لازم به ذکر است، در مراجع مذکور پروفیل سطح آب ارائه نشده است. بررسی پروفیل‌های سرعت افقی در شکل 3 نشان می‌دهد، نتایج شبیه‌سازی مدل حاضر با استفاده از روش‌های مختلف برآورد سرعت روی وجوه بسیار مشابه می‌باشند، بطوری‌که بیشترین اختلاف (بین نتایج روش LI و LMI2) در حدود 3 درصد (مقطع $x=1.3m$) می‌باشد. پروفیل‌های سرعت برشی مدل‌سازی شده در شکل 4 با استفاده از روش‌های LI، RMI، LMI1 و LMI2 بسیار مشابه به نظر می‌رسند. لازم به ذکر است، در این تحقیق آزمون ارائه شده توسط Hoffman (1992)، آزمون ترانشه ارائه شده توسط Christian and Corney (2004) و ترانشه ارائه شده توسط Xia and Jin (2006) نیز توسط مدل موجود شبیه‌سازی شده است، که به دلیل شباهت الگوی رفتاری آن‌ها با آزمون ترانشه حاضر، از ارائه نتایج آن خودداری شده است.

سطح آزاد دائمی در صفحه دوبعدی قائم (با استفاده از چهار روش مختلف برآورد سرعت روی وجوه حجم کنترل)، طی چند آزمون، در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی، مورد ارزیابی قرار گرفته است. لازم به ذکر است، در هریک از آزمون‌های ارائه شده در این بخش، پارامترهای مورد استفاده (ابعاد شبکه، گام زمانی، زبری بستر، ضرایب زیرتخفیف و ...) برای اجرای برنامه با چهار روش برآورد سرعت روی وجوه، یکسان بوده است.

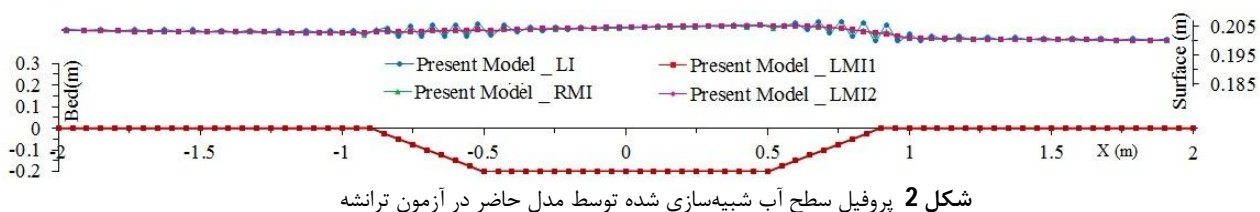
4-1-1- جریان عبوری از ترانشه

بررسی جریان عبوری از ترانشه می‌تواند میزان تأثیر استفاده از روش‌های مختلف برآورد سرعت در شبیه‌سازی نواحی چرخشی جریان را نشان دهد. در این بخش، ترانشه ارائه شده توسط Alfrink and van Rijn (1983) شبیه‌سازی شده است و نتایج مدل عددی حاضر، با مدل‌های عددی (Lee et al. (2006) و Stansby and Zhou (1998) و نیز نتایج آزمایشگاهی Alfrink and van Rijn (1983) مقایسه می‌شود.

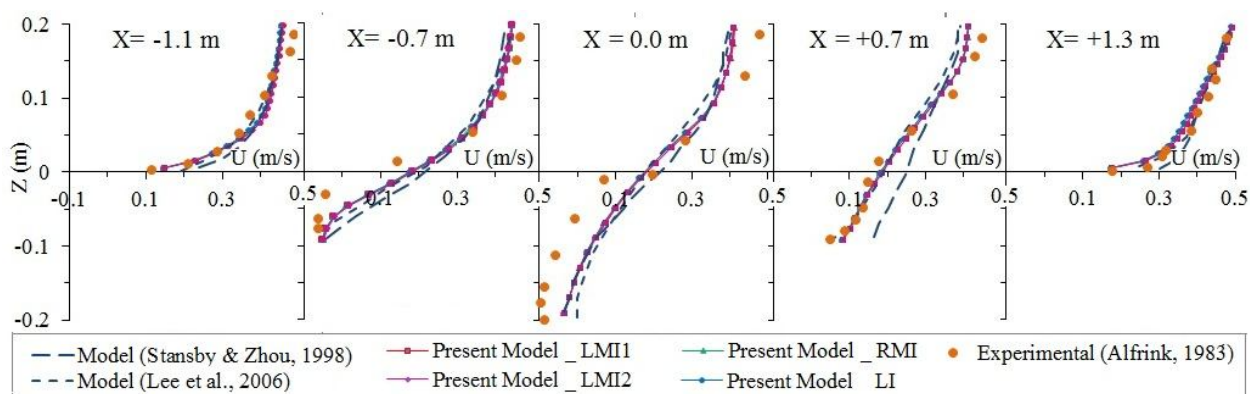
در مرز خروجی کانال عمق ثابت 0/2 متر و در مرز ورودی کانال دبی واحد عرض 0/078 مترمربع بر ثانیه، به‌عنوان شرایط مرزی اعمال شده است. شبکه محاسباتی برای دستیابی به جواب‌های مستقل از اندازه شبکه 90×20 بوده است. ثابت فن-کارمن (κ) معادل 0/4 و ارتفاع زبری معادل بستر (k_s) مساوی 0/02 متر در نظر گرفته شده است. همچنین گام زمانی (Δt) معادل 0/005 ثانیه و ضریب زیرتخفیف 0/9 مورد استفاده قرار گرفته است.



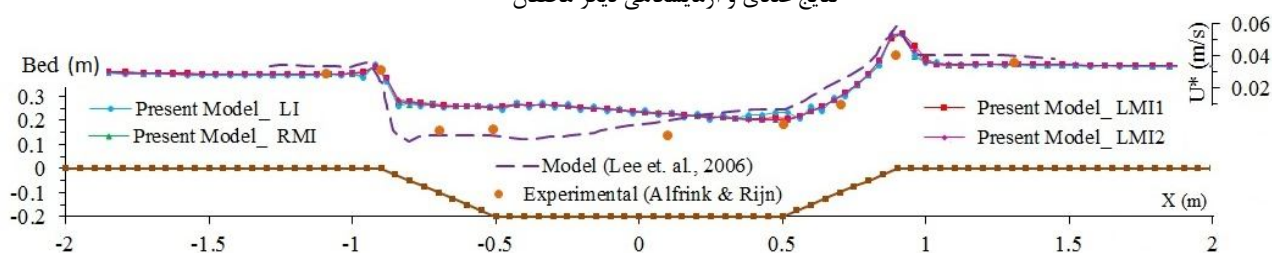
شکل 1 هندسه و مقاطع مورد استفاده و خطوط جریان در آزمون ترانشه



شکل 2 پروفیل سطح آب شبیه‌سازی شده توسط مدل حاضر در آزمون ترانشه



شکل 3 پروفیل‌های سرعت افقی مدل حاضر (با استفاده از روش‌های مختلف برآورد سرعت) در مقایسه با نتایج عددی و آزمایشگاهی دیگر محققان



شکل 4 پروفیل‌های سرعت برشی در امتداد بستر در مدل حاضر (با استفاده از روش‌های مختلف برآورد سرعت) در مقایسه با نتایج عددی و آزمایشگاهی دیگر محققان

آب با استفاده از روش‌های RMI، LMI1 و LMI2 بصورت غیرنوسانی و کاملاً یکسان می‌باشد؛ و سطح آب بدست آمده با استفاده از روش LI در محل تغییر شیب بستر کانال، دچار نوسانات اندکی شده است که بیشترین مقدار آن به 1/1 درصد عمق جریان می‌رسد. شکل 7 پروفیل‌های سرعت افقی مدل حاضر را با استفاده از روش‌های مختلف برآورد سرعت، در کنار داده‌های آزمایشگاهی و نتایج مدل عددی Blom and Booij (1995) نشان می‌دهد. در این شکل، نتایج شبیه‌سازی مدل حاضر با استفاده از روش‌های LI، RMI، LMI1 و LMI2 برای برآورد سرعت روی وجوه، یکسان ارزیابی می‌شود. لازم به ذکر است، به‌منظور اجتناب از ارائه نتایج تکراری، تنها پروفیل‌های مربوط به 12 مقطع از 20 مقطع موجود، در این شکل ارائه شده است.

4-1-3- جریان متغیر تدریجی در کانال مستقیم

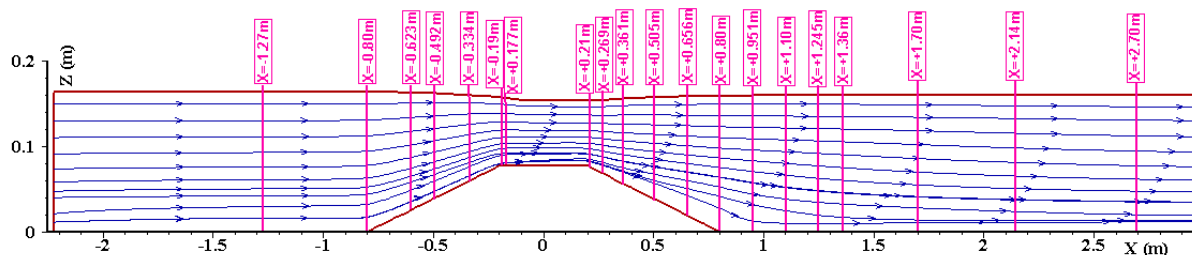
نمونه دیگری که در این تحقیق برای مقایسه عملکرد روش‌های مختلف برآورد سرعت روی وجوه، مورد استفاده قرار گرفته است، شبیه‌سازی جریان متغیر تدریجی می‌باشد.

به بیان دیگر، نتایج مدل‌سازی کانال‌هایی که در آن شیب فرورفتگی بستر در حد 1 قائم به 2 افقی باشد و شیب سطح آب ملایم باشد (تغییرات تراز آب نسبت به عمق در مثال حاضر کمتر از 6 درصد است)، یکسان گزارش می‌شود.

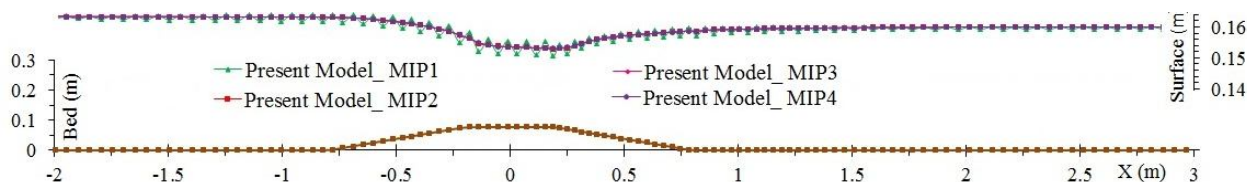
4-1-2- گذر جریان از یک برآمدگی در بستر کانال

در این بخش، گذر جریان از یک برآمدگی در بستر کانال¹ با شیب 1:5، براساس مشخصات بیان شده توسط Blom and Booij (1995) مورد بررسی قرار گرفته است. در مرز خروجی کانال عمق ثابت 0/16 متر و در مرز ورودی کانال دبی 17/3 لیتر بر ثانیه به‌عنوان شرایط مرزی اعمال شده است. شبکه محاسباتی شامل 15×120 سلول بوده است که با گام زمانی 0/003 ثانیه، ضریب زیرتخفیف 0/8 و ارتفاع زبری معادل بستر 0/005 متر استفاده شده است. هندسه کانال، مقاطع مورد استفاده و خطوط جریان شبیه‌سازی شده، در شکل 5 مشاهده می‌شود. شکل 6 پروفیل سطح آب شبیه‌سازی شده توسط مدل حاضر را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود، شبیه‌سازی پروفیل سطح

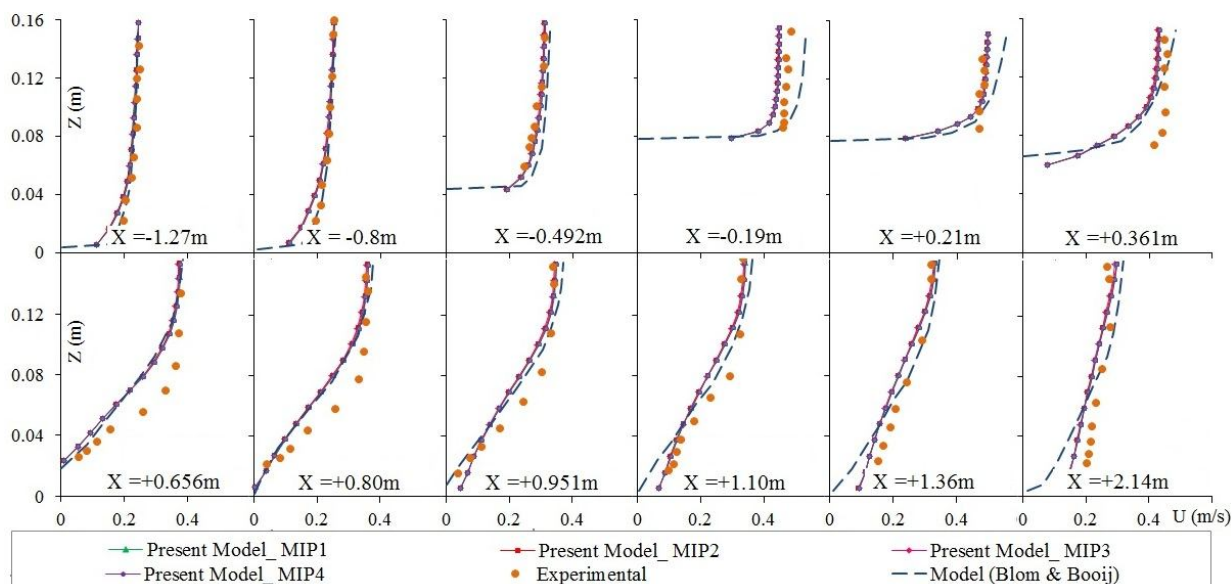
¹ Sill



شکل 5 هندسه کانال، مقاطع مورد استفاده و خطوط جریان شبیه‌سازی شده در آزمون برآمدگی بستر کانال



شکل 6 پروفیل‌های سطح آب مدل حاضر (با استفاده از روش‌های مختلف میان‌یابی سرعت) در آزمون برآمدگی بستر کانال

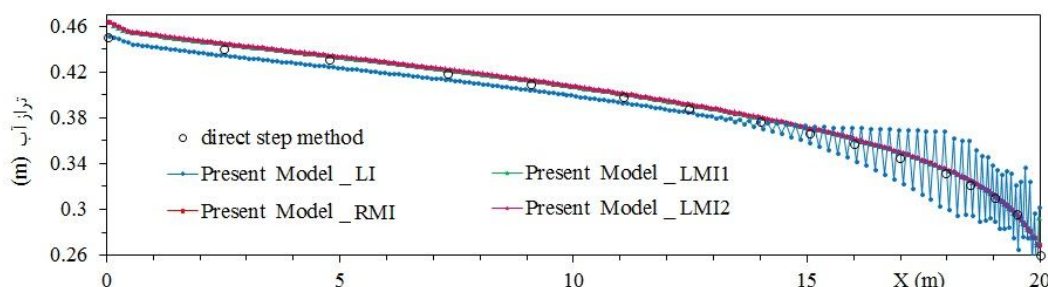


شکل 7 پروفیل‌های سرعت افقی مدل حاضر (با استفاده از روش‌های مختلف برآورد سرعت)، در آزمون گذر جریان از برآمدگی بستر در مقایسه با نتایج عددی و آزمایشگاهی دیگر محققان

حاضر و نتایج تحلیلی (روش گام‌به‌گام مستقیم) را نشان می‌دهد. در این شکل، تطابق مناسبی بین نتایج تحلیلی و سطح آب شبیه‌سازی شده با استفاده از روش‌های RMI، LMI1 و LMI2 برای برآورد سرعت روی وجوه، مشاهده می‌شود. در حالی که، سطح آب شبیه‌سازی شده با استفاده از روش LI برای برآورد سرعت، در ناحیه خروجی کانال دچار نوسانات شدیدی شده که در نهایت به واگرایی مدل منجر شده است. علت این مسئله را می‌توان در شیب نسبتاً تند سطح آب در ناحیه خروجی کانال جستجو کرد.

در این آزمون کانالی مستطیلی به طول 20 متر، عرض 3 متر و شیب نرمال بستر 0/0005، با دبی ورودی 1/2 مترمکعب در ثانیه و عمق 0/26 متر در مرز خروجی کانال (که بسیار نزدیک به عمق بحرانی است؛) در نظر گرفته شده است. شبکه محاسباتی برای دستیابی به جواب‌های مستقل از اندازه شبکه 20×216 سلول بوده است. گام زمانی معادل 0/002 ثانیه، ضریب زیرتخفیف 0/6، ثابت ون-کارمن 0/4 و ارتفاع زبری معادل بستر 0/15 متر در نظر گرفته شده است.

شکل 8 پروفیل‌های سطح آب بدست آمده توسط مدل



شکل 8 مقایسه تراز سطح آب بدست آمده توسط مدل عددی حاضر (با استفاده از روش‌های مختلف برآورد سرعت) و روش گام به گام استاندارد

ترانشه ارائه می‌شود و این درحالیست که برای آزمون برآمدگی کف نیز، نتایج مشابهی استحصال شده است. شکل 9 پروفیل سطح آب آزمون ترانشه، به ازای گام‌های متفاوت زمانی را نمایش می‌دهد. مشاهده می‌شود، در صورت استفاد از روش‌های LMI1 و LMI2، تغییر در گام زمانی تأثیری بر شبیه‌سازی پروفیل سطح آب ندارد و نوسانی در سطح آب مشاهده نمی‌شود. این تأثیر، حین استفاده از روش RMI اندکی محسوس‌تر است، بطوری که بیشترین میزان نوسانات سطح آب به دلیل تغییر در گام زمانی، در حدود 0/5 درصد عمق نرمال کانال می‌باشد. این درحالیست که، سایر مراجع نیز، تأثیر گام زمانی حین استفاده از روش RMI را در همین محدوده برآورد نموده‌اند (Yu, et al., 2002). در مورد استفاده از روش LI نیز، با بزرگ شدن گام زمانی، خطای محاسباتی افزایش یافته است، بطوری که بیشترین میزان نوسانات سطح آب به 0/8 درصد عمق نرمال کانال محدود می‌شود. اضافه می‌شود، پروفیل‌های سرعت افقی آزمون ترانشه و برآمدگی کف، به ازای گام‌های متفاوت زمانی (با استفاده از هر چهار روش برآورد سرعت روی وجوه) تحت تأثیر مقدار گام زمانی نبوده است.

3-4- بررسی تأثیر «ضریب زیرتخفیف»

به منظور بررسی تأثیر ضریب زیرتخفیف، نتایج مدل‌سازی آزمون ترانشه و آزمون برآمدگی در بستر کانال (با مشخصات ذکر شده برای این آزمون‌ها) با مقادیر متفاوت ضریب زیرتخفیف (0/9، 0/7، 0/5، 0/3) با استفاده از روش‌های مختلف برآورد سرعت روی وجوه، انجام گرفته است. به دلیل محدودیت فضای نوشتاری، فقط نتایج مربوط به آزمون ترانشه ارائه می‌شود و این درحالیست که

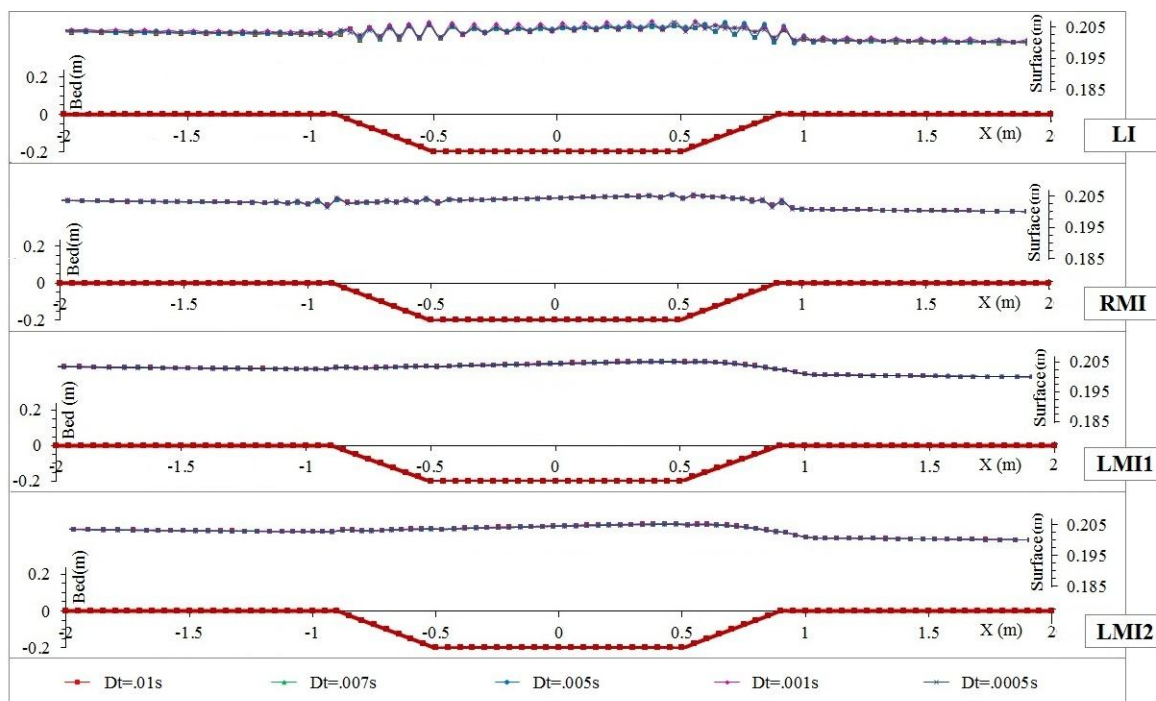
همان‌طور که در بخش قبل اشاره شد، تمایز عمده روش‌های RMI و LMI1 با روش LI، در وجود ترم‌های «گردایان تراز آب» و «گردایان فشار دینامیک» می‌باشد. در این آزمون به دلیل شیب نسبتاً زیاد سطح آب در قسمت انتهایی کانال، تفاوت مقادیر سرعت برآورد شده روی وجوه، از طریق روش‌های RMI، LMI1 و LMI2 و روش LI، قابل توجه بوده است به‌طوری‌که در این مورد، روش LI نتوانسته همگرایی سیستم را تضمین کند و حل دچار نوسانات فشار شده است. توضیح بیشتر اینکه، در صورت مدل‌سازی این آزمون با حذف دو متر از طول انتهایی کانال (که بیشترین شیب سطح آب در آن ناحیه اتفاق می‌افتد) حین استفاده از روش LI، نوسانات غیرواقعی سیستم تعدیل یافته و شرایط واگرایی سیستم برطرف می‌گردد، بطوری که این آزمون با عمق خروجی 0/331 متر (مساوی 1/27 برابر عمق بحرانی) با حداکثر شیب سطح آب 0/017 همگرا می‌شود. به بیان دیگر، مدل عددی حاضر با استفاده از روش LI، قادر به شبیه‌سازی کانالی با حداکثر شیب سطح آب 0/126 نمی‌باشد؛ این در حالیست که، برای کانال با حداکثر شیب سطح آب 0/017، سیستم به همگرایی قابل قبول دست می‌یابد.

4-2- بررسی تأثیر «گام زمانی»

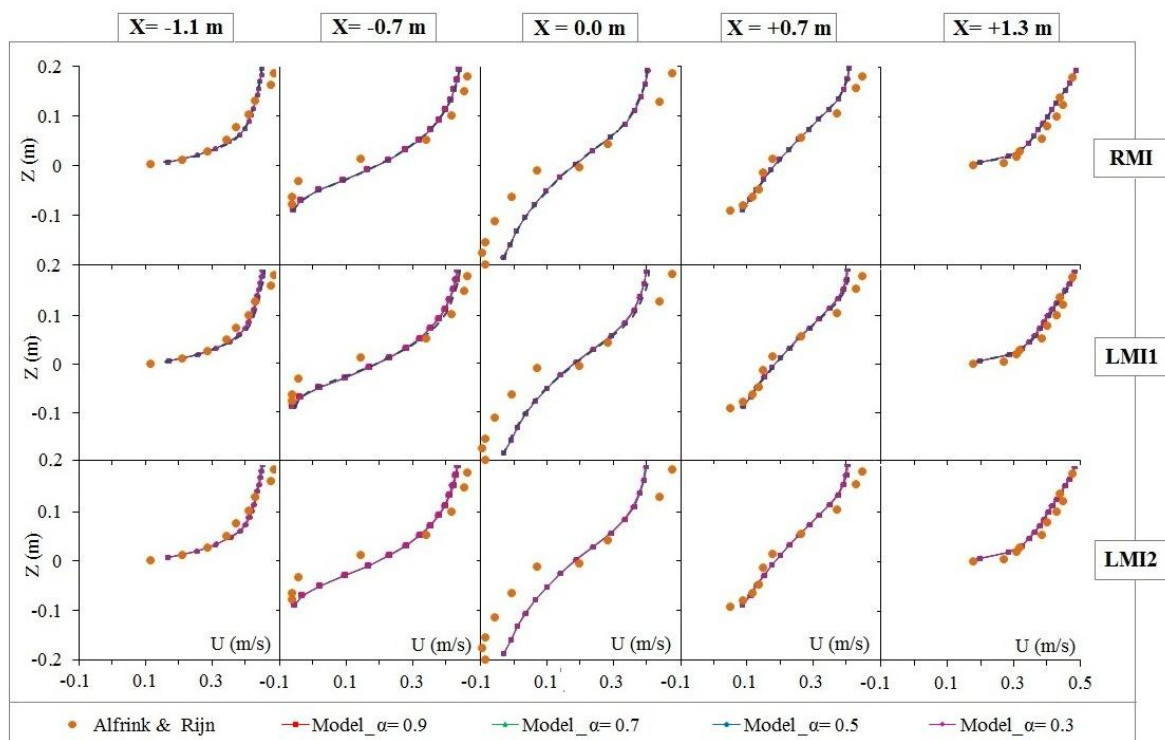
به منظور بررسی تأثیر گام زمانی، نتایج مدل‌سازی آزمون ترانشه با مقادیر متفاوت گام زمانی (0/007، 0/01، 0/005، 0/001 و 0/0005 ثانیه) با استفاده از روش‌های مختلف برآورد سرعت روی وجوه، انجام گرفته است. همچنین آزمون برآمدگی کف با مقادیر متفاوت گام زمانی (0/003، 0/0003 و 0/0005 ثانیه) اجرا شده است. به دلیل محدودیت فضای نوشتاری، فقط نتایج مربوط به آزمون

مقادیر متفاوت ضریب زیرتخفیف را نمایش می‌دهد.

برای آزمون برآمدگی بستر نیز، نتایج مشابهی حاصل شده است. شکل 10 پروفیل سرعت افقی آزمون ترانشه، به ازای



شکل 9 مقایسه پروفیل سطح آب ترانشه، با گام‌های زمانی متفاوت



شکل 10 مقایسه پروفیل سرعت افقی آزمون ترانشه، با مقادیر متفاوت ضریب زیرتخفیف و با داده‌های آزمایشگاهی

با دقت کمتر از ($\epsilon \approx 2 \times 10^{-8}$) فراهم نشد. همچنین در آزمون «جریان متغیر تدریجی» زمانی که از روش RMI استفاده شد؛ امکان رسیدن به دقت کمتر از ($\epsilon \approx 4 \times 10^{-8}$) فراهم نشد و نیز در آزمون «جریان متغیر تدریجی»، با استفاده از روش LI، به دلیل تشکیل نوسانات غیرواقعی شدید، اساساً همگرایی حاصل نشد (شکل 8).

دقت در داده‌های جدول 1 نشان می‌دهد، در شرایط محاسباتی کاملاً یکسان، عموماً استفاده از روش‌های «میان‌یابی مومنتم RMI، LMI1 و LMI2» (نسبت به استفاده از روش «میان‌یابی خطی LI»)، به‌رغم پیچیدگی روابط مورد استفاده، موجب کاهش زمان پردازش (صرفه‌جویی در هزینه محاسبات) می‌شود. همچنین مقایسه زمان‌های پردازش مربوط به روش‌های LMI1 و LMI2 نشان می‌دهد که ساده‌سازی روابط پیچیده «میان‌یابی مومنتم (Lien and Leschziner 1994)» در جهت قائم قادر است ضمن حفظ دقت در ارائه نتایج، موجب کاهش زمان پردازش گردد؛ بطوری که داده‌های جدول 1، کاهش 4 تا 17 درصدی زمان محاسبات را، برای استفاده از روش LMI2 (نسبت به روش LMI1) نشان می‌دهد. همچنین داده‌های این جدول نشان می‌دهد، استفاده از روش LMI2 در مقایسه با روش متداول RMI نیز، کاهش زمان پردازش را در پی دارد. به‌بیان دیگر، در شرایط یکسان از بین چهار روش مورد استفاده در تحقیق حاضر (برای برآورد سرعت روی وجوه حجم کنترل)، روش LMI2 در صرفه‌جویی هزینه محاسبات رتبه نخست را به خود اختصاص می‌دهد و این درحالیست که دقت و کارآمدی این روش نیز در سطح بسیار مطلوبی قرار دارد و نتایج به‌دست آمده از طریق آن، نسبت به سایر پارامترها، وابستگی نشان نداده است.

مطابق این شکل، در صورت استفاده از روش‌های RMI، LMI1 و LMI2، پروفیل‌های سرعت افقی تحت تأثیر مقدار ضریب زیرتخفیف قرار نمی‌گیرد (بیشترین مقدار خطا محدود به 0/3 درصد می‌باشد). پروفیل سطح آب آزمون ترانشه و برآمدگی کف نیز، به ازای مقادیر متفاوت ضریب زیرتخفیف، کاملاً مشابه بودند. لازم به ذکر است، روش RMI مورد استفاده در این تحقیق، روش پیشنهادی (Rhie and Chow 1983) می‌باشد که به پیشنهاد Kobayashi and Pereira (1991) و Olsen (2000) تأثیر ضریب زیرتخفیف از آن حذف شده است.

4-4- مقایسه «زمان پردازش» لازم

به‌منظور بررسی میزان تأثیر روش میان‌یابی سرعت روی وجوه، بر روند همگرایی سیستم، در مورد هر یک از آزمون‌های ارائه شده در بخش قبل، زمان لازم برای پردازش (CPU Time) هر آزمون در شرایط محاسباتی کاملاً یکسان (از نظر ابعاد شبکه، گام زمانی، زبری بستر و ...) برداشت شده و در جدول 1 بصورت «نسبت زمانی» ارائه شده است. لازم به ذکر است که تمام آزمون‌ها توسط رایانه‌ای با پردازنده دوهسته‌ای 2/2 گیگاهرتز و حافظه 3 گیگابایت، با سیستم عامل ویندوز 7 با استفاده از کامپایلر فرتن شرکت اینتل (نسخه 11/1) اجرا شده است. همچنین در این تحقیق، زمان لازم برای رسیدن به «حالت جریان دائمی» با پذیرش خطای ($\epsilon \approx 10^{-8}$) برای مجموع قدرمطلق‌های خطا (بصورت بی‌بعد شده)، ملاک همگرایی سیستم قرار گرفته است. البته، در آزمون «برآمدگی کف» حین استفاده از روش LI، امکان همگرایی

جدول 1 زمان لازم برای پردازش (CPU Time) آزمون‌های مختلف، با روش‌های متفاوت برآورد سرعت روی وجوه

زمان پردازش	نسبت زمان پردازش			نام آزمون	
	RMI	$\left(\frac{LI}{RMI}\right)$	$\left(\frac{LMI1}{RMI}\right)$		$\left(\frac{LMI2}{RMI}\right)$
00 : 03' : 23"		1/02	0/79	0/76	ترانشه
00 : 04' : 06"		2/07	1/09	0/90	برآمدگی در کف (Sill)
00 : 22' : 51"		-----	0/57	0/55	جریان متغیر تدریجی (M2)

مقایسه نتایج ارائه شده در جدول 2 و مقادیر درج شده در جدول 1 گویای آنست که، در صورتی که در مقایسه «زمان پردازش» توجه بیشتری به پارامترهای همگرایی مناسب در هر روش میان‌یابی سرعت روی وجوه سلول (ازجمله ابعاد شبکه) صورت گیرد، نقش استفاده از روش‌های میان‌یابی مومنتم در صرفه‌جویی زمان محاسبات (نسبت به روش میان‌یابی خطی) آشکارتر می‌گردد. از سوی دیگر، با این رویکرد جدید، اقتصادی بودن روش میان‌یابی سرعت (LMI2) نسبت به روش میان‌یابی ارائه شده توسط Lien and Leschziner (1994) (LMI1) در جریان‌های سطح آزاد مختلف بررسی شده در تحقیق حاضر، آشکار می‌گردد.

5- نتیجه‌گیری

با توجه به نتایج مدل‌سازی جریان‌های سطح آزاد در محدوده رژیم زیربحرانی، موارد زیر قابل استنتاج می‌باشد:

1- مقایسه روش‌های مختلف میان‌یابی سرعت (مقایسه روابط (12) و (13) با روابط (16) و (21) و یا روابط (24) و (29)) نشان می‌دهد که تمایز عمده «میان‌یابی مومنتم» با «میان‌یابی خطی»، در ترم‌های «شیب سطح آب» و «تغییرات فشار دینامیک» می‌باشد. در آزمون‌های «ترانشه» و «گذر جریان از برآمدگی بستر» که مقدار فشار دینامیک و تغییرات آن اندک بوده است و نیز تغییرات سطح آب در کل کانال ملایم می‌باشد، نتایج مدل‌سازی عددی با استفاده از «میان‌یابی مومنتم RMI، LMI1 و LMI2» و «میان‌یابی خطی LI»، تفاوت محسوسی نداشته است. به‌بیان دیگر، در این شرایط، نیازی به استفاده از روابط پیچیده «میان‌یابی مومنتم» برای برآورد سرعت روی وجوه نمی‌باشد و روش «میان‌یابی خطی LI» قادر است نتایج مناسبی را ارائه نماید.

لازم به ذکر است، نتایج ذکر شده در بالا برای حالتی است که مدل‌سازی هر آزمون با استفاده از چهار روش متفاوت برآورد سرعت روی وجوه و «در شرایط یکسان» اجرا شده است. این در حالیست که پارامترهای همگرایی در مورد این چهار روش بعضاً متفاوت می‌باشد که از جمله آن، «ابعاد شبکه محاسباتی» را می‌توان نام برد. بررسی‌های انجام شده توسط نگارندگان حاکی از آنست که، در فرایند مدل‌سازی هر آزمون، ابعاد شبکه مناسب به‌منظور دستیابی به جواب‌های مستقل از ابعاد شبکه، زمانی که از روش‌های «میان‌یابی مومنتم RMI، LMI1 و LMI2» استفاده شود، به مراتب بزرگ‌تر از زمان‌یست که از روش میان‌یابی LI استفاده می‌گردد. به‌عنوان مثال، در مورد آزمون ترانشه شبیه‌سازی شده در این نوشتار، زمانی که از روش میان‌یابی LI استفاده شده است، شبکه مناسب شامل 90×20 سلول بوده است، درحالی که با استفاده از روش‌های روش‌های میان‌یابی مومنتم RMI، LMI1 و LMI2، شبکه‌ای با 60×18 نیز مناسب بوده و منجر به حصول جواب‌های مستقل از ابعاد شبکه شده است. در مورد آزمون ترانشه ارائه شده توسط (Christian and Corney 2004) و آزمون ترانشه ارائه شده توسط Xia and Jin (2006) نیز نتایج مشابهی استخراج شده است. در مورد آزمون برآمدگی بستر نیز، زمانی که از روش میان‌یابی LI استفاده شده است، شبکه مناسب شامل 60×15 سلول بوده است، درحالی که با استفاده از روش‌های میان‌یابی مومنتم RMI، LMI1 و LMI2، شبکه‌ای با 50×10 نیز مناسب بوده است. به این ترتیب در بازبینی مقایسه‌ای «زمان پردازش» برای مدل‌سازی کانال‌ها «با رویکرد استفاده از ابعاد شبکه مناسب برای روش میان‌یابی مورد استفاده»، نتایج مشابه جدول 2 حاصل می‌گردد.

جدول 2 زمان لازم پردازش (CPU Time) هر آزمون با رویکرد «ابعاد مناسب شبکه برای روش‌های متفاوت برآورد سرعت روی وجوه»

نام آزمون	نسبت زمان پردازش			زمان پردازش
	$\left(\frac{LI}{RMI}\right)$	$\left(\frac{LMI1}{RMI}\right)$	$\left(\frac{LMI2}{RMI}\right)$	RMI
ترانشه	1/50	0/92	0/66	00 : 02' : 17"
برآمدگی در کف (Sill)	2/54	1/02	0/83	00 : 01' : 58"

لازم به ذکر است، روش RMI مورد استفاده در این تحقیق، روش (Rhie and Chow (1983 می‌باشد که به پیشنهاد Olsen و Kobayashi and Pereira (1991) و (2000) تأثیر ضریب زیرتخفیف از آن حذف شده است و لذا نتایج مدل‌سازی آن مستقل از مقدار ضریب زیرتخفیف بدست آمده است.

5- بررسی داده‌های جدول 1 نشان می‌دهد، با استفاده از روش «میان‌یابی مومنتم RMI، LMI1 و LMI2» برای برآورد سرعت، فرایند همگرایی سیستم نسبت به حالتی که از «میان‌یابی خطی LI» استفاده شود، سریع‌تر اتفاق می‌افتد، به طوری که زمان لازم برای پردازش (CPU Time) کاهش می‌یابد.

6- بررسی زمان پردازش مربوط به روش‌های LMI1 و LMI2 نشان می‌دهد، ساده‌سازی روابط پیچیده «میان‌یابی مومنتم Lien and Leschziner» در جهت قائم، که توسط تحقیق حاضر مورد بهره‌برداری قرار گرفته است، قادر است ضمن حفظ دقت در ارائه نتایج، موجب کاهش زمان پردازش شود. همچنین، استفاده از روش LMI2 در مقایسه با روش RMI، کاهش زمان پردازش را در پی داشته است. به بیان دیگر، از بین چهار روش مورد استفاده در این تحقیق برای برآورد سرعت روی وجوه حجم کنترل، روش LMI2 در صرفه‌جویی هزینه محاسبات رتبه نخست را به خود اختصاص می‌دهد و این درحالیست که دقت و کارآمدی این روش نیز در سطح بسیار مطلوبی قرار دارد؛ لذا توصیه می‌شود در تحلیل جریان‌های سطح آزاد، از مزایای این روش استفاده شود.

6- فهرست علائم

A	ضریب مرکزی معادلات مومنتم
F_1	ضریب وزنی سمت شرقی
F_3	ضریب وزنی سمت بالایی
J	ژاکوبین
k	انرژی جنبشی آشفتگی
P	فشار کل
q	فشار هیدرودینامیک
S	ترم چشمه
t	مشخصه زمان

ولی در مواردی که شیب سطح آب زیاد باشد عملکرد «میان‌یابی خطی LI» برای برآورد سرعت روی وجوه، ضعیف‌تر از «میان‌یابی مومنتم RMI، LMI1 و LMI2» خواهد بود. تأیید بر این مدعی آنست که، آزمون جریان متغیر تدریجی که شیب سطح آب در خروجی کانال نسبتاً زیاد می‌باشد؛ با استفاده از «میان‌یابی خطی LI» با نوسانات غیر واقعی و واگرایی مواجه شده است، ولی با حذف ناحیه انتهایی کانال که شامل گرادیان‌های شدید تراز آب بوده است، به سمت همگرایی سوق پیدا کرده است. به بیان دیگر، هرچه شیب سطح آب رو به فزونی باشد، استفاده از روش «میان‌یابی مومنتم»، سبب تعدیل نوسانات غیرواقعی فشار شده و پایداری بیشتر سیستم را به دنبال دارد.

2- انطباق بسیار نزدیک نتایج شبیه‌سازی پروفیل سطح آب و پروفیل سرعت با استفاده از روش‌های LMI1 و LMI2 در کلیه آزمون‌های انجام شده، این فرضیه را تقویت می‌کند که برآورد سرعت در راستای طولی کانال تأثیرگذاری بیشتری نسبت به راستای قائم (عمق کانال) دارد؛ بطوریکه در صورت استفاده از روش LMI2 به جای روش LMI1 می‌توان (ضمن کاستن از پیچیدگی روابط و سهولت در برنامه‌نویسی)، از مزایای این روش کارآمد بهره جست.

3- در مدل‌سازی جریان‌ها با استفاده از روش‌های LMI1 و LMI2، نتایج شبیه‌سازی پروفیل‌های سطح آب و سرعت، هیچ‌گونه وابستگی نسبت به گام زمانی مشاهده نمی‌شود. حین استفاده از روش RMI، پروفیل سطح آب، نوسانات اندکی (در حد 0/5 درصد عمق نرمال جریان) را نسبت به مقدار گام زمانی نشان می‌دهد، ولی اثر آن در حدی کوچک است که بر پروفیل سرعت تأثیر محسوسی نمی‌گذارد. همچنین حین استفاده از روش LI نیز، با بزرگ شدن گام زمانی، خطای محاسباتی اندکی افزایش یافته که تأثیر آن بر پروفیل‌های سرعت در حد 0/8 درصد بوده است.

4- پروفیل‌های سطح آب و سرعت افقی بدست آمده با استفاده از روش‌های «میان‌یابی مومنتم RMI، LMI1 و LMI2»، تحت تأثیر مقدار ضریب زیرتخفیف نبوده است.

flows." *Journal of Hydraulic Engineering*, 124(7), 678-686.

Casulli, V. (1999). "A semi-implicit finite difference method for non-hydrostatic, free-surface flows." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 30(4), 425-440.

Christian, C., and Corney, P. (2004). "Three dimensional model of flow over a shallow trench." *Journal of Hydraulic Research*, 42(1), 71-80.

Choi, S. K. (1999). "Note on the use of momentum interpolation method for unsteady flows." *Numerical Heat Transfer: Part A: Applications*, 36(5), 545-550.

Choi, S. K., Nam, H. Y., and Cho, M. (1994). "Systematic comparison of finite-volume calculation methods with staggered and non-staggered grid arrangements." *Numerical Heat Transfer, Part B Fundamentals*, 25(2), 205-221.

Cubero, A., and Fueyo, N. (2007). "A compact momentum interpolation procedure for unsteady flows and relaxation." *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 52(6), 507-529.

Ferziger, J. H., and Peric, M. (1997). *Computational methods for fluid dynamics.*, Pub.: Springer.

Hadian, M., Zarrati, A., and Eftekhari, M. (2005). "Development of an implicit numerical model for calculation of sub and super-critical flows." *International Journal of Engineering*, 18(1), 1.

Hoffman, G. J. C. M. (1992). "Two-dimensional mathematical modelling of local-scour holes." *Communications on Hydraulic and Geotechnical Engineering*, Faculty of Civil Engineering Delft University of Technology.

Kobayashi, M., and Pereira, J. (1991). "Numerical comparison of momentum interpolation methods and pressure-velocity algorithms using non-staggered grids." *Communications in Applied Numerical Methods*, 7(3), 173-186.

Koçyigit, M. B., Falconer, R. A., and Lin, B. (2002). "Three-dimensional numerical modelling of free surface flows with non-hydrostatic pressure." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 40(9), 1145-1162.

Lee, J., Teubner, M. D., Nixon, J., and Gill, P. M. (2006). "A 3-D non-hydrostatic pressure model for small amplitude free surface flows." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 50(6), 649-672.

Li, B., and Fleming, C. A. (2001). "Three-

U, W	مؤلفه‌های سرعت کنترراویانانت
w_g	سرعت شبکه در جهت قائم
x, z	مشخصه‌های مختصات کارترین
Z_b	تراز بستر از سطح مبنا
α	ضریب زیرتخفیف
Γ	ضریب پخش
Δt	بازه زمانی حل معادله (گام زمانی)
$\Delta \xi, \Delta \zeta$	بازه طولی محاسباتی در جهت‌های ξ, ζ
$\Delta \nabla$	حجم سلول
ξ, ζ	مشخصه‌های مختصات کنترراویانانت
ξ_x, ζ_x	مؤلفه کوواریانانت تانسور متریک
ζ	تراز سطح آب نسبت به سطح مبنا
v_t	لزجت گردابه‌ای
ρ	چگالی سیال
φ	پارامتر دلخواه
بالانویس (old)	مقادیر مربوط به گام زمانی قبل
بالانویس (**)	مقادیر واسط
بالانویس (new)	مقادیر مربوط به گام زمانی جدید

7- منابع

دهقان، ب. ز؛ هادیان، م. رو. و زراتی، ا. ر. (1390). "توسعه یک مدل عددی برای پیش بینی فشارهای دینامیک در جریان کانال‌های باز با شبکه منحنی‌الخط غیرمتعامد"، *مجله هیدرولیک*، دوره 6، شماره 4، ص.ص. 43-58.

هادیان، م. رو. و زراتی، ا. ر. (1388). *مدل‌های عددی آب‌های کم‌عمق و کاربرد آنها در مهندسی رودخانه و سواحل (معادلات حاکم و روش‌های حل)*، انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران).

Ahmadi, A., Badiei, P., and Namin, M. M. (2007). "An implicit two-dimensional non-hydrostatic model for free-surface flows." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 54(9), 1055-1074.

Alfrink, B. J., and van Rijn, L. C. (1983). *Two-equation turbulence model for flow in trenches*, Delft Hydraulics Laboratory.

Blom, P., and Booij, R. (1995). "Turbulent free-surface flow over sills." *Journal of Hydraulic Research*, 33(5), 663-682.

Casulli, V., and Stelling, G. S. (1998). "Numerical simulation of 3D quasi-hydrostatic, free-surface

- pressure: 2D vertical plane problems." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 28(3), 541-563.
- Versteeg, H. K., and Malalasekara, W. (1995). *An introduction to computational fluid dynamics, the finite volume method.*, Longman Book Publisher.
- Wu, C. H., and Yuan, H. (2007). "Efficient non-hydrostatic modelling of surface waves interacting with structures." *Applied Mathematical Modelling*, 31(4), 687-699.
- Xia, C., and Jin, Y. C. (2006). "Multilayer averaged and moment equations for one-dimensional open-channel flows." *Journal of Hydraulic Engineering*, 132(8), 839-849.
- Xu, H., and Zhang, C. (1998). "Study of the effect of the non-orthogonality for non-staggered grids—the theory." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 28(9), 1265-1280.
- Yu, B., Kawaguchi, Y., Tao, W. Q., and Ozoe, H. (2002). "Checkerboard pressure predictions due to the underrelaxation factor and time step size for a non-staggered grid with momentum interpolation method." *Numerical Heat Transfer: Part B: Fundamentals*, 41(1), 85-94.
- Yu, B., Tao, W. Q., Wei, J. J., Kawaguchi, Y., Tagawa, T., and Ozoe, H. (2002). "Discussion on momentum interpolation method for collocated grids of incompressible flow." *Numerical Heat Transfer: Part B: Fundamentals*, 42(2), 141-166.
- Yuan, H., and Wu, C. H. (2004 (a)). "A two-dimensional vertical non-hydrostatic σ model with an implicit method for free-surface flows." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 44(8), 811-835.
- Zang, Y., Street, R. L., and Koseff, J. R. (1994). "A non-staggered grid, fractional step method for time-dependent incompressible Navier-Stokes equations in curvilinear coordinates." *Journal of Computational Physics*, 114(1), 18-33
- dimensional model of Navier-Stokes equations for water waves." *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 127 (1), 16-25.
- Lien, F., and Leschziner, M. (1994). "A general non-orthogonal collocated finite volume algorithm for turbulent flow at all speeds incorporating second-moment turbulence-transport closure, Part 1: Computational implementation." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 114(1), 123-148.
- Majumdar, S. (1988). "Role of underrelaxation in momentum interpolation for calculation of flow with non-staggered grids." *Numerical Heat Transfer*, 13(1), 125-132.
- Miller, T., and Schmidt, F. (1988). "Use of a pressure-weighted interpolation method for the solution of the incompressible Navier-Stokes equations on a non-staggered grid system." *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 14(2), 213-233.
- Olsen, N. R. B. (2000). "CFD algorithms for hydraulic engineering." Class notes , (<http://www.bygg.ntnu.no/~nilsol/cfd/cfdalgo.pdf>).
- Papageorgakopoulos, J., Arampatzis, G., Assimacopoulos, D., and Markatos, N. (2000). "Enhancement of the momentum interpolation method on non-staggered grids." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 33(1), 1-22.
- Rhie, C., and Chow, W. (1983). "Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation." *AIAA journal*, 21(11), 1525-1532.
- Shyy, W., Udaykumar, H. S., Roa, M. M., and Smith, R. W. (1996). *Computational fluid dynamics with moving boundaries*, Taylor & Francis Publisher.
- Stansby, P.K., and Zhou, J. G. (1998). "Shallow-water flow solver with non-hydrostatic